

## Křivkový a plošný integrál

### Plošný integrál 1. druhu

1. Parametrizujte torus.
2. Parametrizujte Möbiův list.
3. Popište povrch kvádru jako zobecněnou plochu.
4. Napište parametricky rovnici zobecněné koule

$$|x|^\alpha + |y|^\alpha + |z|^\alpha = a^\alpha,$$

$\alpha$  i  $a > 0$ .

5. Popište plášť válce

$$\{(x, y, z); x^2 + y^2 \leq r^2; |z| \leq a\}$$

jako zobecněnou plochu.

6. Najděte plošný obsah plochy  $z^2 = 2xy$  uříznuté rovinami  $x + y = 1$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ .
7. Najděte plošný obsah plochy  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ , omezené vnitřkem válce  $x^2 + y^2 = 2x$ .
8. Najděte plošný obsah plochy  $x = \varrho \cos \varphi$ ,  $y = \varrho \sin \varphi$ ,  $z = h\varphi$ ,  $0 < \varrho < a$ ,  $0 < \varphi < 2\pi$ .
9. Najděte plošný obsah anuloidu  $(\sqrt{x^2 + y^2} - a)^2 + z^2 = b^2$ .
10. Najděte plošný obsah plochy  $x^2 + y^2 = 1$  omezené  $y^2 + z^2 \leq 1$ .
11. Najděte plošný obsah plochy  $(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}} + z = 1$ ,  $z \geq 0$ .
12. Spočítejte  $\int_S \frac{dS}{h}$ , kde  $S$  je povrch elipsoidu a  $h$  je vzdálenost od středu elipsoidu k rovině "tečné k  $dS$ ".

13. Spočtěte  $\int_S \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}} dS$ , kde  $S$  část hyperbolického paraboloidu  $z = xy$ , odříznutá válcovou plochou  $x^2 + y^2 = R^2$  ( $|z| \leq R$ ).
14. Najděte momenty setrvačnosti homogenní trojúhelníkové desky desky  $x + y + z = 1$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ ,  $z \geq 0$ , vůči jednotlivým souřadnicovým osám.
15. Spočtěte gravitační sílu, kterou se přitahují dvě homogenní sféry o poloměrech  $R$  a  $r$ , ležící ve vzdálenosti  $d$ . Plošná hustota rozložení hmoty je  $\rho$ .
16. Najděte těžiště homogenního kužele  $\sqrt{x^2 + y^2} = z$ , useknutého válcem  $x^2 + y^2 = ax$ .
17. Najděte těžiště homogenní části koule  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ ,  $x, y, z \geq 0$ .
18. Najděte těžiště homogenního helikoidu  $x = u \cos v$ ,  $y = u \sin v$ ,  $z = hv$ ,  $0 < u < a$ ,  $0 < v < \pi$ .
19. Najděte gravitační potenciál homogenní kulové plochy  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$  v bodě  $P = (x_0, y_0, z_0)$ , tj. spočtěte  $\int_S \frac{1}{\sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2}} dS$ .
20. Najděte sílu, kterou působí kapalina s hustotou  $\gamma$  na svislou stěnu nádoby tvaru parabolického úseku  $\frac{h}{a^2}(y^2 - a^2) \leq z \leq 0$ ,  $x = 0$ .