

Vzorová písemka 1

1. [2+2 body] Napište přesnou definici toho, že

(a) posloupnost $\{a_n\}$ je zdola omezená,

(b) posloupnost $\{a_n\}$ má limitu $a \in \mathbb{R}$.

2. [2+2+2 body] Je dána posloupnost

$$a_n = \frac{2^{n+1} - 1}{2^n},$$

(a) vyšetřete její monotonii,

(b) vyšetřete její omezenost (shora, zdola),

(c) dokažte přímo z definice, že $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2$.

3. [5 bodů] Vypočtete limitu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{2n+1} + 4 \cdot \left(\frac{5}{7}\right)^{-2n} + \log_2 n}{3 \cdot \left(\frac{17}{8}\right)^n - 2 \cdot (2,25)^n + 10n}$$

Řešení: $-\frac{9}{2}$

4. [5 bodů] Vypočtete limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+x^2} - \sqrt[3]{8-x^2}}{x((x+1)^2 - (x-1)^2)}$$

Řešení: $\frac{1}{24}$