

Vzorová písemka 2

V každém příkladě řádně zdůvodněte všechny prováděné kroky. Limity počítejte vhodnými úpravami a použitím tzv. známých limit, nikoli pomocí L'Hospitalova pravidla.

1. [5 bodů] Vypočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg} x} - \sqrt{1 + \sin x}}{x^3}$$

2. [5 bodů] Vypočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$$

3. [5 bodů] Vypočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^{\frac{\sin x}{x - \sin x}}$$

4. [5 bodů] Vyšetřete konvergenci řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{n-1} \cdot (5n + 4)}{(n^3 + 7n^2) \cdot 3^{n+2}}$$

Řešení: $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{\pi}$, e^{-1} , řada diverguje (použijeme limitní podílové nebo odmocninové kritérium).