

Domácí úkol č. 1, Termín odevzdání: 7.3.2025.

1. (1 bod) Spočtěte integrál

$$\int_0^{2\pi} \frac{dx}{3 + \sin^2 x}.$$

2. (0,5 bodu) Zjistěte a zdůvodněte, zda konverguje integrál

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}(1-x^2)}.$$

3. (0,5 bodu) Zjistěte a zdůvodněte, zda konverguje integrál

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x(1-x^2)}}.$$

4. (1 bod) Určete obsah oblasti ohraničené lemniskátou

$$r = 4 \sin^2 \varphi, \quad \varphi \in \langle 0, 2\pi \rangle.$$

5. (1 bod) Spočtěte objem tělesa vzniklého rotací oblouku kardioidy

$$r = a(1 + \cos \varphi), \quad \varphi \in \langle 0, \pi \rangle$$

kolem osy x .