

Příklady k procvičení, 2. série

1. Určete tečny z bodu $[-3, 1]$ k parabole $y^2 = 8x$ a jejich body dotyku.
2. Je dána kuželosečka

$$xy - 2x - 2y + 3 = 0.$$

Určete její afinní typ a najděte její tečny, které mají směr $(1, -1)$.

V každé z následujících úloh proveďte projektivní a afinní klasifikaci zadané kvadriky, tj. určete projektivní i afinní typ kuželosečky Q , u singulárních určete vrchol V_Q , a podle typu určete střed, směr osy, nevlastní body, asymptoty, přímky na kuželosečce.

3. $x^2 + xy - y^2 + 2x - 4y + 5 = 0$
4. $-2x^2 - 3xy + 2y^2 + 7x - 16y + 30 = 0$
5. $x^2 + 4xy + 4y^2 + 2x + 4y + 1 = 0$
6. $12x^2 + 12xy + 3y^2 - 85x - 40y + 152 = 0$
7. $11x^2 - 4xy + 14y^2 - 18x - 24y + 25 = 0$
8. $5x^2 - 6xy + 5y^2 - 6x + 18y + 18 = 0$

Řešení

1. polára $12 - 4x + y = 0$, body dotyku $[2, -4], [\frac{9}{2}, 6]$, tečny $x + y + 2 = 0, 2x - 3y + 9 = 0$
2. hyperbola; polára $y = x$, body dotyku $[1, 1], [3, 3]$, tečny $x + y = 2, x + y = 6$
3. hyperbola, střed $[0, -2]$, nevl. body $(1, \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2})$, asymptoty $[0, -2] + t(1, \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2})$
4. různoběžky $y - 2x - 5 = 0, 2y + x - 6 = 0$, průsečík $V_Q = [-\frac{4}{5}, \frac{17}{5}]$
5. jedna přímka $y = -\frac{1}{2}(x + 1) = V_Q$
6. parabola, směr osy $(1, -2)$
7. prázdná množina, střed $[1, 1]$
8. jeden bod $[-\frac{3}{4}, -\frac{9}{4}] = V_Q$