

**Matematika pro ekonomy**  
**Domácí úkol 11**  
**Limity funkcí II**

U zadané funkce určete definiční obor, vypočtete limity krajních bodech definičního oboru a takto nalezené údaje zakreslete do grafu (spolu s průsečíky s osami či dalšími význačnými body):

1.  $f(x) = \frac{x+1}{x^2-16}$
2.  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x - 12}$
3.  $f(x) = \frac{x+3}{\sqrt{2x-x^2}}$
4.  $f(x) = \sqrt{18 + 9x - 2x^2 - x^3}$
5.  $f(x) = \frac{1}{8^x}$
6.  $f(x) = (x^2 + 1)5^{2x}$
7.  $f(x) = -3xe^{x^2+1}$
8.  $f(x) = x^3e^{1-x}$
9.  $f(x) = x^2 \ln x$
10.  $f(x) = \log_{10} x$

**Řešení:**

1.  $D_f = (-\infty, -4) \cup (-4, 4) \cup (4, +\infty)$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow -4-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -4-} f(x) = -\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow -4+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -4+} f(x) = +\infty$ , nulový bod  $-1$ .

2.  $D_f = (-\infty, -2) \cup \langle 6, +\infty \rangle$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ , nulové body jsou  $-2, 6$ , v nich je limita rovna funkční hodnotě, funkce nabývá pouze nezáporných hodnot.

3.  $D_f = (0, 2)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2-} f(x) = +\infty$ , funkce nemá nulové body, nabývá pouze kladných hodnot.

4.  $D_f = (-\infty, -3) \cup \langle -2, 3 \rangle$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ , nulové body jsou  $-3, -2, 3$ , v nich je limita rovna funkční hodnotě, funkce nabývá pouze nezáporných hodnot.

5.  $D_f = \mathbb{R}$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ , funkce nemá nulové body, nabývá pouze kladných hodnot.

6.  $D_f = \mathbb{R}$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ , funkce nemá nulové body, nabývá pouze kladných hodnot.

7.  $D_f = \mathbb{R}$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ , nulový bod  $0$ .

8.  $D_f = \mathbb{R}$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ , nulový bod  $0$ .

9.  $D_f = \mathbb{R}_+$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = 0$ , nulový bod  $1$ .

10.  $D_f = \mathbb{R}_+$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ , nulový bod 1.

Dále uvádím i grafy ke každému z příkladů, porovnejte si s nimi svá řešení, i když ještě nemáte všechny nástroje k detailní analýze, jako je určení extrémů apod.



