

26. cvičení

<http://www.karlin.mff.cuni.cz/~kuncova/>
kytaristka@gmail.com

Teorie

Řada

$$\sum_{n=2}^{\infty} n^{\alpha} \ln^{\beta} n$$

konverguje právě tehdy, když

$$\alpha < -1 \text{ a } \beta \in \mathbb{R}$$

nebo

$$\alpha = -1 \text{ a } \beta < -1.$$

Příklady

1.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \operatorname{arctg} \frac{2kx}{x^2 + k^2},$$

$$x \in \mathbb{R}.$$

2.

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^3 \left(1 - \cos \frac{1}{n}\right)$$

3.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln^2 n} \cos \frac{\pi n}{n+1}$$

4.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(k^{(k^2+1)^{-1}} - 1\right)$$

5.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n-1}{n+1} \frac{1}{\sqrt[100]{n}}$$

6.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin n^{-1} \ln \frac{n+1}{n}$$

7.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n}{n^2+1}$$

8.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin \left(\pi \sqrt{n^2 + k^2} \right)$$

9.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(k^{k^a} - 1 \right)$$

10.

$$\sum_{n=10}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt[n]{n}}{\ln \ln \ln n}$$

11.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n + 1/n)}{\ln \ln n}$$

12.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n^p},$$

$$0 < x < \pi.$$

13.

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{k}{k^2 + 1} \cos \frac{1}{k}$$