

## 7. cvičení

### Teorie

**Věta 1** (první věta o substituci). Necht'  $a, b, \alpha, \beta \in \mathbb{R}^*$ ,  $a < b$ ,  $\alpha < \beta$ . Necht'  $F$  je primitivní funkce k  $f$  na  $(a, b)$ . Necht'  $\varphi$  je funkce definovaná na intervalu  $(\alpha, \beta)$  s hodnotami v  $(a, b)$ , která má v každém bodě  $(\alpha, \beta)$  vlastní derivaci. Pak

$$\int f(\varphi(t))\varphi'(t)dt \stackrel{C}{=} F(\varphi(t)), \quad t \in (\alpha, \beta).$$

### Příklady

Určete primitivní funkci k funkci  $f(x)$  na otevřené podmnožině jejího definičního oboru, kde primitivní funkce existuje.

1.  $f(x) = \frac{x}{3 - 2x^2}$

2.  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1 - x^2}}$

3.  $f(x) = xe^{-x^2}$

4.  $f(x) = \frac{x}{(1 + x^2)^2}$

5.  $f(x) = \frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x}$

6.  $f(x) = \frac{\ln^2 x}{x}$

7.  $f(x) = \sin^5 x \cos x$ .

8.  $f(x) = \frac{e^x}{2 + e^x}$

9.  $f(x) = \frac{\arctan x}{1 + x^2}$

10.  $f(x) = \operatorname{tg} x$

11.  $f(x) = \frac{1}{x \ln x \ln(\ln x)}$

12.  $f(x) = \frac{x}{4 + x^4}$

13.  $f(x) = \frac{1}{(\arcsin x)^2 \sqrt{1 - x^2}}$

14.  $f(x) = \cos^3 x$

15.  $f(x) = \frac{1}{(1 + x)\sqrt{x}}$

16.  $f(x) = \frac{\sin x + \cos x}{\sqrt[3]{\sin x - \cos x}}$

17.  $f(x) = \frac{1}{e^x + e^{-x}}$

18.  $f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{\cos^3 x}}$

19.  $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2 + 1}}$

20.  $f(x) = \frac{1}{\sin x}$

21.  $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x \sqrt[4]{\cotg x}}$

22.  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x(1 - x)}}$

23.  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1 + e^{2x}}}$

24.  $f(x) = \operatorname{cotg} x$

25.  $f(x) = \frac{1}{\cos x}$

26.  $f(x) = \frac{\cos^3 x}{\sin x}$