

## 21. cvičení

<http://www.karlin.mff.cuni.cz/~kuncova/>  
kytaristka@gmail.com

### Teorie

**Věta 1** (Abelovo-Dirichletovo kritérium konvergence Newtonova integrálu). Nechť  $a \in \mathbb{R}$ ,  $b \in \mathbb{R}^*$  a necht'  $a < b$ . Nechť  $f : [a, b) \rightarrow \mathbb{R}$  je spojitá a  $F$  je primitivní funkce k funkci  $f$  na  $(a, b)$ . Dále necht'  $g : [a, b) \rightarrow \mathbb{R}$  je na  $[a, b)$  monotónní a spojitá. Pak platí:

(A) Jestliže  $f \in \mathcal{N}(a, b)$  a  $g$  je omezená, pak  $fg \in \mathcal{N}(a, b)$ .

(D) Je-li  $F$  omezená na  $(a, b)$  a  $\lim_{x \rightarrow b^-} g(x) = 0$ , je  $fg \in \mathcal{N}(a, b)$ .

### Příklady

1.  $\int_0^{+\infty} \frac{\arctan x}{x^a} \sin x \, dx$

7.  $\int_0^{+\infty} x^a \arccos \frac{x}{x+1} \sin x \, dx$

2.  $\int_{-1}^{+\infty} \sqrt[3]{\frac{x^2}{x+1}} \operatorname{arctg} x \sin x \, dx$

8.  $\int_0^{+\infty} \frac{\ln x \sin x}{x \arctan(1-x)} \, dx$

3.  $\int_0^{\pi/2} x^a \left(\frac{1}{2}\pi - x\right)^b \operatorname{tg}^c x \, dx$

9.  $\int_0^{+\infty} \frac{\arctan^\alpha x}{\ln^\beta(1+x)} \sin x \, dx$

4.  $\int_0^{+\infty} \operatorname{arctg}^\alpha x \cos x \, dx$

10.  $\int_0^{+\infty} \frac{\exp(\sin x)}{x^\alpha} \sin 2x \, dx$

5.  $\int_0^{+\infty} \operatorname{arctg}^\alpha x^5 \sin^5 x^\beta \, dx$

11.  $\int_0^{+\infty} \frac{\arctan^\alpha x \operatorname{arctg}^\beta x}{x^\gamma} \cos x \, dx$

6.  $\int_0^{+\infty} \frac{\ln(e^{2x} + e^x + 1)}{x^a} \sin x \, dx$

12.  $\int_0^{+\infty} \arctan^\alpha x^\alpha \operatorname{arctg}^\beta x^\gamma \arcsin(\sin x) \, dx$