

22. cvičení

<http://www.karlin.mff.cuni.cz/~kuncova/>
kytaristka@gmail.com

Teorie

Věta 1 (Abelovo-Dirichletovo kritérium konvergence Newtonova integrálu). Nechť $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}^*$ a necht' $a < b$. Nechť $f : [a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ je spojitá a F je primitivní funkce k funkci f na (a, b) . Dále necht' $g : [a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ je na $[a, b)$ monotónní a spojitá. Pak platí:

- (A) Jestliže $f \in \mathcal{N}(a, b)$ a g je omezená, pak $fg \in \mathcal{N}(a, b)$.
(D) Je-li F omezená na (a, b) a $\lim_{x \rightarrow b^-} g(x) = 0$, je $fg \in \mathcal{N}(a, b)$.

Příklady

Určete (v závislosti na parametru), zda daný integrál konverguje, respektive zda konverguje absolutně. Přitom uvažte $a, b, c \in \mathbb{R}$ a $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}^+$.

1. $\int_0^{+\infty} \sin x^\alpha dx$

6. $\int_0^1 \arcsin^a(x(1-x)) \sin \frac{1}{x^\alpha} dx$

2. $\int_0^{+\infty} \arcsin \frac{x}{x^2+1} \ln x \cos x dx$

7. $\int_{1/2}^{+\infty} \frac{\cos \pi x}{\ln^\alpha 2x} dx$

3. $\int_0^{+\infty} \frac{\sin x \sin 2x}{x^\alpha} dx$

8. $\int_0^1 \sqrt[3]{\frac{x}{x-1}} \frac{\ln x}{\ln(1+x)} x^\alpha dx$

4. $\int_0^{+\infty} \frac{x^a}{e^{x^2}-1} \sin \frac{1}{x^2} dx$

9. $\int_0^{+\infty} \frac{\sin x^\alpha}{\arctan^\beta x} \sin \frac{1}{x} dx$

5. $\int_{-\infty}^{+\infty} \sin e^x dx$