

## 12. cvičení

<http://www.karlin.mff.cuni.cz/~kuncova/>  
kytaristka@gmail.com

### Hint

### Algoritmus

1. Vypreparovat  $f$ ,  $[a, b]$ , okrajové podmínky
2. Sestavit Lagrangeovu-Eulerovu rovnici, využít speciální případy
3. Vyřešit
4. Dosadit podmínky
5. Závěr a úvahy

Délka grafu funkce  $y(x)$ ,  $x \in [a, b]$ :

$$\int_a^b \sqrt{1 + (y')^2} dx$$

$$\cosh 'x = \sinh x, \quad \sinh 'x = \cosh x$$

### Příklady

1. Nalezněte kritické funkce daného funkcionalu (konstanty jsou reálné, není-li řečeno jinak)

(a)

$$\int_0^T y'^2 dx$$

$$y(0) = 0, y(T) = B.$$

(b)

$$\int_0^T c_1 y'^2 + c_2 y dx$$

$$y(0) = 0, y(T) = B, y' \geq 0$$

(c)

$$\int_0^1 y'^2 + 10xy dx$$

$$y(0) = 1, y(1) = 2$$

(d)

$$\int_a^b 3y' - xy'^2 dx$$

$$y(a) = x_0, y(b) = x_1$$

(e)

$$\int_a^b y' dx$$

$$y(a) = x_0, y(b) = x_2$$

(f)

$$\int_a^b xy' + y'^2 dx$$

$$y(a) = x_0, y(b) = x_1$$

(g)

$$\int_0^1 y'(x) \cdot x + [y'(x)]^2 dx$$

$$y(0) = 0, y(1) = 2$$

(h) 
$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} [y'(x)]^2 - [y(x)]^2 dx$$

(i) 
$$\int_a^b y'^2 e^{-y'} dx$$

(j) 
$$\int_0^1 y'^2 - 2yy' + 10yx dx$$

$y(0) = 1, y(1) = 2$

2. Sestavte Euler-Lagrange rovnice

(a) 
$$\int_a^b \sqrt{\frac{1+y'^2}{y}} dx$$

(b) 
$$\int_a^b 2\pi y \sqrt{1+y'^2} dx$$

$y(a) = x_0, y(b) = x_1$

(c) 
$$\int_{x_1}^{x_2} y^2 - y'^2 - 2y \cosh x dx$$

3. Najděte nejkratší křivku, která spojuje dva body v rovině