

## UKÁZKOVÉ PŘÍKLADY PRO 3.TEST

1) Vypočtete následující integrály:

a)

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3}{2}\pi} \frac{dx}{2 + \sin^2 x} ,$$

b)

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{(2 + \cos x) \sin x} ,$$

c)

$$\int_{\pi}^{3\pi} \frac{dx}{5 + 2 \sin x - \cos x} ,$$

d)

$$\int_0^{3\pi} \frac{\sin x \cos x}{1 + \sin x} dx ,$$

e)

$$\int_2^3 \frac{x+1}{x^3-1} dx ,$$

f)

$$\int_1^2 \frac{\sqrt{1+x}}{x^2} dx ,$$

g)

$$\int_0^1 \ln(x + \sqrt{1+x^2}) dx ,$$

h)

$$\int_1^2 \left(\frac{\ln x}{x}\right)^2 dx ,$$

ch)

$$\int_0^1 \exp \sqrt{x} dx ,$$

i)

$$\int_{-1}^0 \frac{dx}{\sqrt{1-2x-x^2}} ,$$

j)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+1)(x^2+4)} ,$$

k)

$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} .$$

2) V testu budou příklady podobné (nebo lehčí) úlohám 246–257, 260, 261 ze sbírky L. Zajíček: Vybrané úlohy z matematické analýzy, Matfyzpress, Praha 1998, a příklady podobné následující úloze:

Určete, pro která  $a \in \mathbb{R}$  konverguje

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x^a} \operatorname{arctg} x \, dx.$$

3) Určete, pokud existují, následující limity:

a)

$$\lim_{[x,y] \rightarrow [0,0]} \frac{x^2 \sin y}{x^2 + y^2},$$

b)

$$\lim_{[x,y] \rightarrow [0,0]} \frac{2 - \cos x - \cos y}{x^2 + y^2},$$

c)

$$\lim_{[x,y] \rightarrow [0,0]} \frac{x(x^2 + y^2)^2}{1 - \cos(x^2 + y^2)},$$

d)

$$\lim_{[x,y] \rightarrow [0,0]} \frac{2xy(x^2 + y^2)}{1 - \cos(x^2 + y^2)},$$

e)

$$\lim_{[x,y] \rightarrow [0,0]} \frac{x^2 + y^2}{x^4 + y^4},$$

f)

$$\lim_{[x,y] \rightarrow [0,0]} \frac{\sin(yx^2)}{x^4 + y^2},$$

g)

$$\lim_{[x,y] \rightarrow [0,0]} \frac{x^6}{x^3 + y^3}.$$