11. cvičení, 4. příklad

používá se substituce

$u = xy$ a $v = \frac{y}{x}$, kde $1 \le u \le 3$ $1 \le v \le 2$

resp.

$x = \sqrt{\frac{u}{v}}$ a $y = \sqrt{uv}$

Ověření regularity:

$$J_\varphi : \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{1}{\sqrt{v}}\cdot\frac{1}{\sqrt{u}}\cdot\frac{1}{2} & \sqrt{u}\,\frac{1}{\sqrt{v^3}}\cdot\frac{(-1)}{2} \\ \sqrt{v}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{u}} & \frac{\sqrt{u}}{2\sqrt{v}} \end{vmatrix}$$

$$-\frac{1}{4v} + \frac{1}{4}\frac{1}{v} = \frac{1}{2v} \neq 0$$

$v > 0$

$$\varphi(u,v) : \overbrace{[1,3] \times [1,2]}^{M} \to \mathbb{R}^2$$

$$\varphi(u,v) = \left(\sqrt{\frac{u}{v}}\,;\ \sqrt{uv}\right)$$

$J_\varphi = \frac{1}{2v} \neq 0$ na M (a na jejím 0,5-okolí).

$\forall$ parc. dce φ jsou spojité tamtéž.

Je φ prosté? nechť $\varphi(u_1,v_1) = \varphi(u_2,v_2) \Rightarrow u_1 = u_2,\ v_1 = v_2$

máme $\sqrt{\frac{u_1}{v_1}} = \sqrt{\frac{u_2}{v_2}}$ a $\sqrt{u_1 v_1} = \sqrt{u_2 v_2}$ u,v $\forall$ kladné

1\. $\sqrt{v_1^2}$

$\sqrt{u_1 v_1} = \sqrt{\frac{u_2 v_1^2}{v_2}} = \sqrt{u_2 v_2}$ $\Rightarrow$ $\sqrt{v_1^2} = \sqrt{v_2^2}$ odkud pak $\sqrt{u_1} = \sqrt{2}$ $\to$ φ prosté na okolí M.