

## 2. cvičení

<http://www.karlin.mff.cuni.cz/~kuncova/>, [kunck6am@natur.cuni.cz](mailto:kunck6am@natur.cuni.cz)

### Příklady

1. Pomocí Taylorova rozvoje určete následující limity.

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \sin x - 1}{x^2}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \sin x - x(1+x)}{x^3}$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - e^{-x^2/2}}{x^4}$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right)$$

$$(e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\sin x) - x\sqrt[3]{1-x^2}}{x^5}$$

$$(f) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2+x} - \sin x + 3 \cos x - 4}{\arctan^3 x}$$

$$(g) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{x^2} - 1)(\sin x - x)^2}{(\cos x - 1)^2 \sin^4 x}$$

$$(h) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x + a^{-x} - 2}{x^2}, a > 0$$

$$(i) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left( \frac{1}{x} - \cotg x \right)$$

$$(j) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x}$$

$$(k) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(\sin x - \operatorname{tg} x) + x^3}{(\exp x - 1)(\exp(-x^2) - 1)^2}$$

$$(l) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \arcsin x - \operatorname{tg} x - x}{2 \sin x - \arctan x - x}$$

$$(m) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (\cos x)^{\sin x}}{x^3}$$

### Bonus

2. Určete, zda je pravda:

(a) Má - li funkce derivace všech řádů, tak její Taylorova řada konverguje v každém bodě.

(b) Má - li funkce derivace všech řádů a Taylorova řada konverguje, tak už konverguje k původní funkci.

3. Zjistěte, pro která  $C \in \mathbb{R}$  má funkce  $f(x) = \cos x - e^{-x^2/2} + Cx^4$  lokální maximum v bodě 0.

4. Zjistěte, zda je 0 inflexním bodem funkce  $\sin x + \sinh x$ .