

6. cvičení

<https://www2.karlin.mff.cuni.cz/~kuncova/vyukaMA2.php>
kuncova@karlin.mff.cuni.cz

Fakta

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Poznámky 1. Algoritmus:

1. Mrkneme, jestli řada splňuje nutnou podmínku.
2. Vyšetříme absolutní konvergenci $\sum |a_n|$. Pokud řada nestřídá znaménka, jsme tímto hotovi, protože absolutní a neabsolutní konvergence splývá.
3. Pokud řada střídá znaménka, ale $\sum |a_n|$ konverguje, máme i neabsolutní konvergenci.
4. Konečně pokud řada střídá znaménka, ale $\sum |a_n|$ diverguje, vyšetříme ještě $\sum a_n$. (Typicky Leibniz, Abel nebo Dirichlet.)

Příklady

Vyšetřete **absolutní** i **neabsolutní** konvergenci řad. (Není-li napsáno jen NAK.)

1. (a) NAK $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)\sqrt{n+1}} \cos(3n+2)$
(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \arctan\left(\frac{e^n}{e^n+1}\right) \ln\left(\frac{e^n-1}{e^n+1}\right) \cos n$
(c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n+3} \left(\ln \frac{n+3}{n+1}\right)^n$
(d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{2n+1} - \sqrt{2n-1}}{\sqrt{n}} \sin \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$
(e) NAK $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)\right) n \sin 2n$
(f) NAK $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n + \sqrt{n} \cos n}{n} \cos \frac{1}{n}$
2. (a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!+1}{(n+2)!+2}$
(b) NAK $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctan \sqrt{n}}{n} \sin(2n+1)$

- (c)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\binom{n}{2} + \binom{n}{3}}{\binom{n}{4} + \binom{n}{5}}$$
- (d)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{10}}{2^n + 1} \sin(n\sqrt{\pi})$$
- (e)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n^3 + 1} - n}{\sqrt[3]{n^{3/4} + 2} - \sqrt[3]{n^{3/4} + 1}}$$
- (f) NAK
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(n \sin \frac{1}{n} - 1 \right) \sin 3n$$
- (g) NAK
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{n}{n+1} \right)^3}{2n + \frac{100}{n}} \cos \left(\frac{2\pi n}{3} \right)$$
- (h)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \ln \left(\frac{n+1}{n} \right) \right)^{n^2}$$
- (i)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1 + 2^n}{3^n} + \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1}}{\sqrt[4]{n}} \right)$$