

Písemná část zkoušky z předmětu NMSA334-Náhodné procesy 1 pro termín 22.6.2016

Příklad č.1: Náhodná veličina X s hodnotami v \mathbb{N}_0 má vytvořující funkci $F(s) = \frac{1}{25} (1 + s^2)^5$, $\forall s \in [0, 1]$. Zjistěte rozdělení n.v. X , $E[X]$ a $\text{var}(X)$.

5 bodů

Příklad č.2: Klasifikujte stavy homogenního Markovova řetězce s diskrétním časem s maticí pravděpodobností přechodu

$$P = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Spočítejte pravděpodobnosti absorpce.

5 bodů

Příklad č.3: Uvažujte náhodnou procházku po \mathbb{N}_0 . Ze stavu $i \in \mathbb{N}$ udělá jeden krok vlevo s pravděpodobností $0 < p < 1$ a jeden krok vpravo s pravděpodobností $q = 1 - p$. Ze stavu 0 přejde do stavu 1.

- Klasifikujte stavy této náhodné procházky.
- Určete její stacionární rozdělení, pokud existuje.

5 bodů

Příklad č.4: Uvažujme dvě výrobní linky. První se porouchá s intenzitou $\lambda_1 = 1$ a druhá s intenzitou $\lambda_2 = 2$. Oprava linky má intenzitu $\mu_1 = 1$ bez ohledu na typ linky.

Navrhněte homogenní Markovův řetězec se spojitým časem popisující funkčnost výrobních linek. Napište jeho matici intenzit a zjistěte stacionární rozdělení.

5 bodů