2. cvičení

Elementární funkce – Kopáček [Ko], str. 127–176,

pozor: jiné označení
log $\leftrightarrow$ Ln
Log $\leftrightarrow$ ln atd.

- Logaritmus: $\log z := \log|z| + i\cdot\arg z$, $z \neq 0$ (viz přednáška)
  $\operatorname{Log} z := \{\log z + 2k\pi i \mid k \in \mathbb{Z}\}$
- Mocniny, hyperbolické a goniometrické funkce

Př. $\log i$, $\operatorname{Log} i$

Př. Pomocí CR-rovnic spočti $\log'(z) = \frac{1}{z}$

Př. $\log(z_1 z_2) \overset{?}{=} \log z_1 + \log z_2$

Př. $z = e^{\log z}$, $z \neq 0$, ale $\log(e^z) \neq z$

Př. $\sin(\mathbb{C}) = \mathbb{C} = \cos(\mathbb{C})$

Př. Řešte v $\mathbb{C}$: $\sin z + \cos z = 2$ [163]

Př. Dokažte v $\mathbb{C}$, že $\sin^2 z + \cos^2 z = 1$ atd. [133–142]

Př. $\int e^{3x}\cdot\cos x \, dx$, $\int \frac{dx}{x-z}$ (kde $x \in \mathbb{R}$ a $z \in \mathbb{C}$)

Př. V $\mathbb{C}$ má $az^2+bz+c=0$, $a \neq 0$, kořeny
$z_\pm := \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$, kde $\sqrt{w} := e^{\frac{1}{2}\cdot\log w}$, $w \neq 0$;
$:= 0$, $w = 0$.

Př. V $\mathbb{C}$ má rovnice $az^2+bz+c=0$, $a\neq 0$,

kořeny $z_\pm := \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$,

Skutečně, $0 = z^2+\frac{b}{a}z+\frac{c}{a} = \left(z+\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}$

$= (z-z_+)\cdot(z-z_-)$,

protože $\frac{b^2-4ac}{4a^2} = \left(\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)^2$.