

(1.) Nach T ist topologisch in X . Potom
 Y ist topologisch in Y (also), so ϕ ist
 homeomorph (X, T) in $(Y, \mathcal{Y})$, für jedes
 $\mathcal{Y} = \phi(T)$, wobei

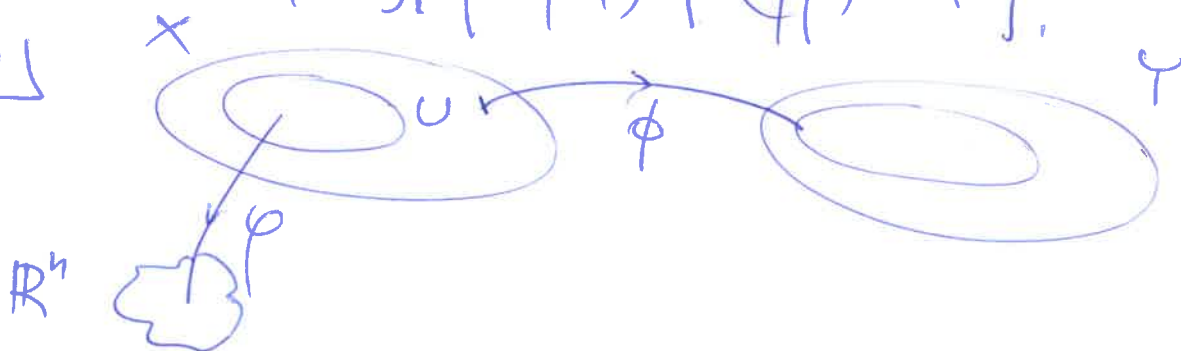
$$\phi(J) = \{\phi(c) \mid c \in J\}$$

770/100.

(2) Niech X jest kied. przestrz., tm. $(X, \mathcal{T})$ jest topol. przestrz. z daną strukt. $\mathcal{T}$.
Ponieważ B jest daną strukt. na $(\bigcup_i \phi(\mathcal{T}_i))$
także, że ϕ jest daną $(X, \mathcal{T})$ na $(\bigcup_i B_i)$,
ponieważ mamy $B = \phi(\mathcal{T})$, gdzie

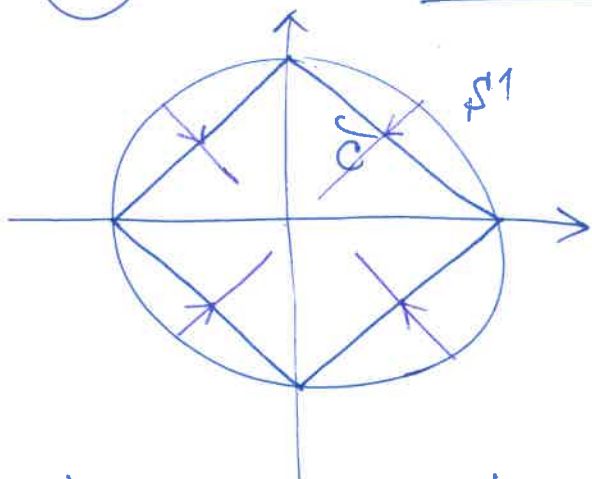
$$\phi(\mathcal{A}) := \{(\phi(u), \varphi \circ \phi_{-1}) \mid (u, \varphi) \in \mathcal{A}\}.$$

Trzpien.



(Pr.) (i) Ex. homeomorf $\phi: S^1 \xrightarrow{\sim} \mathbb{C}^*$

$\mathbb{C}P^2$

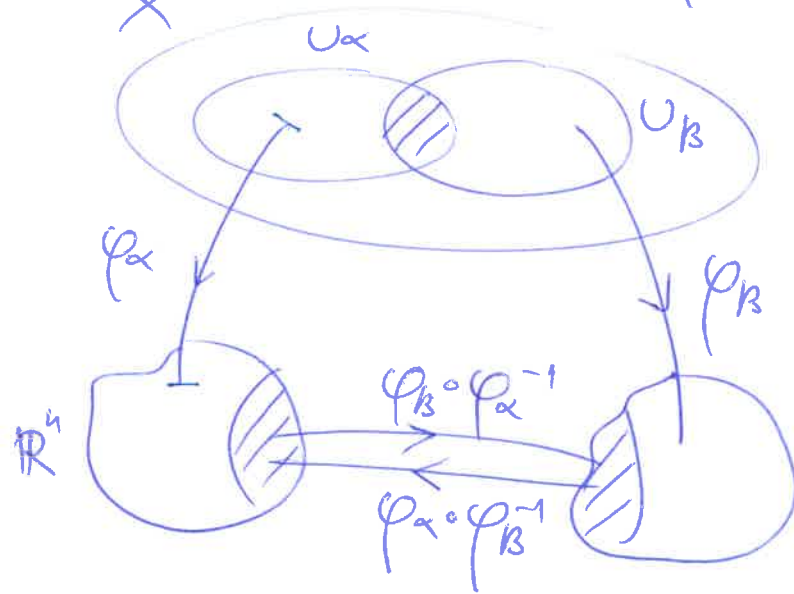


Potom na $\mathbb{C}^*$ ex. jedine
distanstrukci tal, so
 ϕ je difeom.

(ii) Ex. bijekce $\phi: \mathbb{R}^2 \xrightarrow{\sim} \mathbb{R}^1$, protozo $\mathbb{R}^1, \mathbb{R}^2$ mejo
stopnou vlastnost.

Struktura kłedy indukcyjnej ze unowierze atlesu

Noczt X je unowierze. Noczt we X mezu
 «atles» $\mathcal{A} := \{(U_\alpha, \varphi_\alpha) \mid \alpha \in A\}$ takoy, ~~to~~
 budowy X



- (i) $\forall \alpha \in A: U_\alpha \subset X, \varphi_\alpha: U_\alpha \rightarrow \mathbb{R}^n$ je prosto a $\varphi_\alpha(U_\alpha)$ je otwarte w $\mathbb{R}^n$
 - (ii) $\forall \alpha, \beta \in A: \varphi_\alpha(U_\alpha \cap U_\beta)$ a $\varphi_\beta(U_\alpha \cap U_\beta)$ jon otwarte w $\mathbb{R}^n$ a $\varphi_\alpha \circ \varphi_\beta^{-1}: \varphi_\beta(U_\alpha \cap U_\beta) \xrightarrow{ue} \varphi_\alpha(U_\alpha \cap U_\beta)$ je diffeomorfizm
 - (iii) $\exists$ skończona $\tilde{A} \subset A: \bigcup_{\alpha \in \tilde{A}} U_\alpha = X$
 - (iv) Je-li $x, y \in X, x \neq y$, potom bud' ex. $\alpha \in A$ tak, że $x, y \in U_\alpha$, albo istnieje disjunkcyjne U_α a U_β tak, że $x \in U_\alpha$ a $y \in U_\beta$.
- Potom we X istnieje jedno struktura kłady
 wawoty tak, że $\mathcal{A}$ je kłady atles we X .

DŮKAZ: Zvolíme je

1D54

$J := \{G \subset X \mid \forall \alpha \in A: \varphi_\alpha(G \cap U_\alpha) \text{ je otevřené v } \mathbb{R}^n\}$

je daná topologie na X taková, že J je
atlas na X . Shrneme, $G = \bigcup_{\alpha \in \tilde{A}} (G \cap U_\alpha)$ a
 U_α je homeomorfní s $\varphi_\alpha(U_\alpha) \subset \mathbb{R}^n$, viz (i), (ii).
Z (ii) plyne, že atlas J je kladný. Z (iii)
máme, že J má spočetnou bázi

$$B := \{\varphi_\alpha^{-1}(V) \mid \alpha \in \tilde{A}, V \in F\},$$

kde F je spočetná báze topologie na $\mathbb{R}^n$.

Že (iv) plyne, že X je Hausdorffovská. 

Tečny' bundl

TB1

Nodit' X je hledko vawot a

$$TX = \bigcup_{\substack{x \in X \\ \text{disj.}}} T_x X.$$

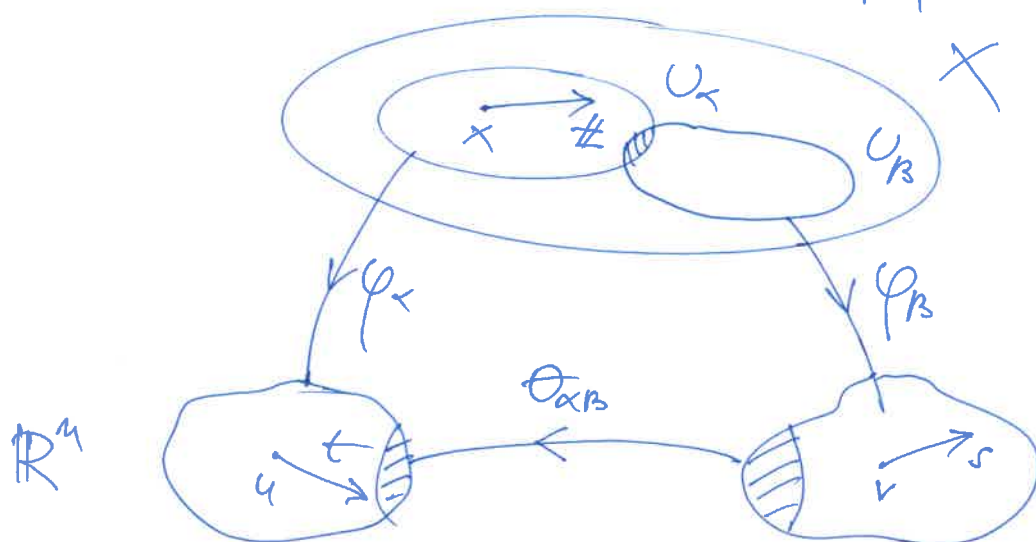
① Na TX je vawot puvawotou stankem
hled. vawot s $\dim TX = 2 \cdot \dim_m X$.

Nodit' $\mathcal{U} := \{(U_\alpha, \varphi_\alpha) \mid \alpha \in A\}$ je hledy'
atlas na X . Pro $\alpha \in A$ poloime

$$\tilde{U}_\alpha := \bigcup_{x \in U_\alpha} T_x X$$

uvawot zobrazow $\tilde{\varphi}_\alpha: \tilde{U}_\alpha \rightarrow \mathbb{R}^{2n}$,
 $\tilde{\varphi}_\alpha(\xi) = (u, \xi)$,

je-li $\xi \in T_x X$, $u = \varphi_\alpha(x)$ a $\xi = \sum_{i=1}^n t_i \frac{\partial}{\partial u_i} \Big|_x$.
souvawowce x a ξ , tm. $\xi = \sum_{i=1}^n t_i \frac{\partial}{\partial u_i} \Big|_x$.



Zrojime $\tilde{\varphi}_\alpha(\tilde{U}_\alpha) = \varphi_\alpha(U_\alpha) \times \mathbb{R}^n$ je obawetw v $\mathbb{R}^{2n}$.

Nechť $\alpha, \beta \in A$ a $\theta_{\alpha\beta} := \varphi_\alpha \circ \varphi_\beta^{-1}$ je přechod-TB2
 došlo zobrazování mezi měřeními $(U_\alpha, \varphi_\alpha)$ a (U_β, φ_β) .
 Potom na $\tilde{\varphi}_\beta(\tilde{U}_\alpha \cap \tilde{U}_\beta)$ máme

$$\tilde{\varphi}_\alpha \circ \tilde{\varphi}_\beta^{-1}(v|s) = (\theta_{\alpha\beta}(v), D\theta_{\alpha\beta}(v)s),$$

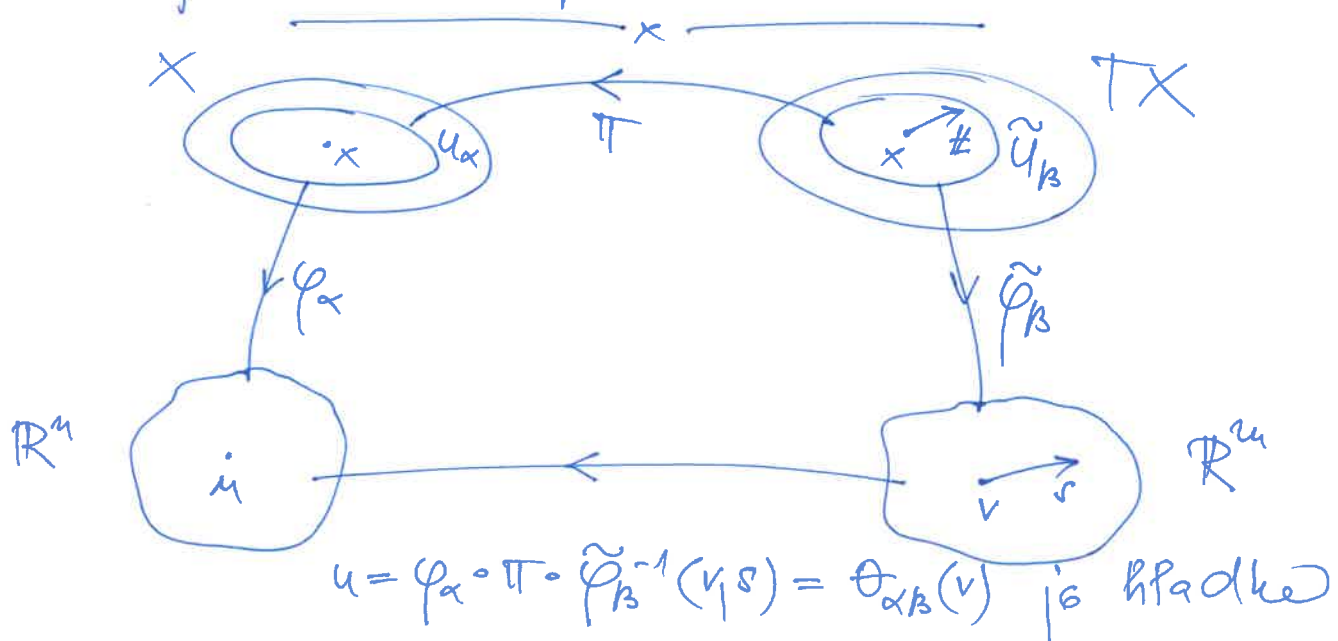
protože souřadnice $\# \in T_x X$ pro měření
 lokálně souřadnice se transformují jako

$$t_j = \sum_{i=1}^n \frac{\partial(\theta_{\alpha\beta})_j(v)}{\partial v_i} s_i,$$

$$\text{je-li } \# = \sum_{i=1}^n t_i \frac{\partial}{\partial u_i} \Big|_x = \sum_{i=1}^n s_i \frac{\partial}{\partial v_i} \Big|_x.$$

Protože $\tilde{A} := \{(\tilde{U}_\alpha, \tilde{\varphi}_\alpha) \mid \alpha \in A\}$ splňuje předpo-
 klady ve schémě 1D3, $\tilde{A}$ indukují na TX
 strukturu klad. kvazim. zú.

② Projekce $\pi: TX \xrightarrow{\pi} X$, $\pi(\#) := x$ pro
 každý $\# \in T_x X$, je kladně zobrazování,



Podobne pro kotcový bundle T^*X TB3
a tenzorový bundle typu $\binom{s}{r}$

$$T_r^s X := \bigcup_{\substack{x \in X \\ \text{disj.}}} (T_x X)^s \otimes (T_x^* X)^r$$

a pod.