

Funkcionální analýza I

1. TEORIE DISTRIBUCÍ

1.A. Prostor testovacích funkcí

- prostor testovacích funkcí a konvergence na něm

1.B. Distribuce

- pojem distribuce
- příklady distribucí

1.C. Operace s distribucemi

- derivace distribucí
- bodová limita distribucí
- derivování řad ve smyslu distribucí
- násobení distribucí hladkou funkcí, Schwartzova věta

1.D. Informativně

- Sobolevovy prostory - základní vlastnosti
- Schwartzův prostor a Fourierova transformace pro funkce z L^1
- temperované distribuce a jejich Fourierova transformace

3. SPEKTRÁLNÍ TEORIE

3.A. Hermiteovské operátory

- hermiteovsky adjungované zobrazení (existence a vlastnosti), souvislost s banachovsky adjungovaným zobrazením
- diagonalizace matic, věta o hlavních osách
- hermiteovské a normální operátory, příklady
- norma hermiteovského operátoru
- charakteristika zdola omezených operátorů
- Weylovo kritérium a jeho důsledky (spektrum hermiteovského operátoru, spektrum hermiteovského kompaktního operátoru)
- Hilbert-Schmidtova věta (o úplnosti soustavy vlastních vektorů) a její důsledky (Hilbert-Schmidtova diagonalizace, holomorfnost, póly a rezidua rezolventní funkce, řešení operátorových rovnic rozvojem v řady)

3.B. Funkční kalkulus

- obecný pojem funkčního kalkulu
- Dunfordův analytický kalkulus pro případ funkcí holomorfních na okolí spektra
- Rieszův funkční kalkulus pro hermiteovské operátory a funkce spojitě na spektru
- pozitivní operátory, odmocnina, absolutní hodnota
- rozšíření funkčního kalkulu pro omezené borelovské funkce na spektru

3.C. Spektrální věty

- spektrální rozklad hermiteovského operátoru a souvislost spektrální věty s Hilbert-Schmidtovou větou
- spektrální třída a spektrální míra
- obecná spektrální věta

Počtení technika:

- operátory (norma, spektrum, adjungovaný op.,...)
- funkční kalkulus
- distribuce
- Fourierova transformace funkcí a distribucí

Vědomosti z Úvodu do funkcionální analýzy

- vlastnosti základních příkladů Banachových a Hilbertových prostorů, topologické doplňky, promítání v Banachových a Hilbertových prostorech, ortonormální báze, prostor lineárních zobrazení, Fréchet-Rieszova věta o reprezentaci lineárních funkcionálů na Hilbertových prostorech, popisy různých duálů, Hahn-Banachova věta včetně důsledků, kanonické vnoření a

reflexivní prostory, kompaktní operátory, adjungovaná zobrazení, slabé konvergence, princip stejnoměrné omezenosti, Banach-Steinhausova věta, Banachova věta o otevřeném zobrazení, uzavřená zobrazení, kompaktnost a slabá kompaktnost jednotkové koule v Banachových prostorech, spektrum kompaktního operátoru

Literatura

J. Lukeš, *Zápisky z funkcionální analýzy*, skripta, Karolinum Praha, Univerzita Karlova., 1998.

J. Lukeš a J. Malý, *Míra a integrál*, skripta, Univerzita Karlova, 1993 (anglické vydání 1995).

W. Rudin, *Analýza v reálném a komplexním oboru*, Academia Praha, 1977.

W. Rudin, *Functional analysis*, Mc Graw Hill, 1973 (ruský překlad 1975).

Praha, 6. listopadu 2006

Jaroslav Lukeš