NOFY163 Rovnice matematické fyziky a NMAF063 Matematika pro fyziky III

ZS 2021/2022, MFF UK

Nutné podmínky ke zkoušce (nikoliv postačující)

Přesné definice, přesné znění a srozumitelný výklad následujících vět, pojmů a postupů:

- lineární transportní rovnice a řešitelnost počáteční úlohy
- vlnová rovnice a řešitelnost počáteční úlohy v jedné prostorové proměnné, včetně odvození d'Alembertova vzorce
- vlnová rovnice a řešitelnost počáteční úlohy ve třech prostorových proměnných - Kirchhoffův vzorec
- vlnová rovnice a řešitelnost počáteční úlohy ve dvou prostorových proměnných - Poissonův vzorec
- Huygensův princip (vysvětlit důsledky plynoucí z Kirchhoffova a Poissonova vzorce)
- bilance energie pro klasické řešení počáteční a okrajové úlohy vlnové rovnice s nulovou pravou stranou a homogenními okrajovými podmínkami Dirichletova či Neumannova typu
- věta o jednoznačnosti klasického řešení počáteční a okrajové úlohy pro vlnovou a tepelnou rovnici
- energetická nerovnost pro klasické řešení vlnové rovnice s nulovou pravou stranou
- tepelná rovnice a řešitelnost počáteční úlohy ve libovolné dimenzi
- Schroedingerova rovnice a vzorec pro řešení počáteční úlohy v libovolné dimenzi
- zpětná jednoznačnost pro rovnici vedení tepla
- důsledky vět o průměru pro harmonické funkce s důkazem (slabý a silný princip maxima, slabý a silný princip minima, hladkost/regularita řešení)
- důsledky vět o průměru pro harmonické funkce bez důkazu (lokální odhady, Liouvilleova věta, analyticita, Harnackova nerovnost)
- tvrzení zvané věta o třech potenciálech
- řešitelnost Dirichletovy úlohy pro Poissonovu rovnici pomocí Greenovy funkce, symetrie Greenovy funkce
- konstrukce Greenovy funkce na poloprostoru
- konstrukce Greenovy funkce na kouli
- Dirichletův princip (o vztahu řešení Poissonovy rovnice a minimizéru Dirichletova funkcionálu)
- řešitelnost Dirichletovy úlohy pro Poissonovu rovnici pomocí Greenovy funkce, symetrie Greenovy funkce

Látka, o které se předpokládá, že ji student NOFY163 velmi dobře zná. **Studenti, kteří jsou zkoušeni z předmětu NMAF063 a neabsolvovali úspěšně předmět NOFY162 v LS 2020/21, dostanou u ústní části navíc jednu otázku z látky uvedené níže.**

- konvoluce dvou integrovatelných funkcí
- Fourierova transformace na $L^1(\mathbb{R}^d)$
- Schwartzův prostor $\mathcal{S}(\mathbb{R}^d)$
- Fourierova transformace funkce $e^{-\frac{|x|^2}{\lambda}}$ pro $\lambda > 0$
- Fourierova a inverzní Fourierova transformace na $\mathcal{S}(\mathbb{R}^d)$. Schwartzova věta o inverzi (zahrnuje platnost Fourierova inverzního vzorečku a Parsevalovu rovnost).
- Rozšíření Fourierovy transformace z $\mathcal{S}(\mathbb{R}^d)$ na $L^2(\mathbb{R}^d)$
- distribuce, konvergence v $\mathcal{D}$, regulární distribuce, (slabá) konvergence distribucí, nosič distribuce
- temperované distribuce, konvergence v $\mathcal{S}$, (slabá) konvergence temperovaných distribucí

- distributivní počet (definice a důkaz vztahů pro regulární distribuce): zejména derivace, násobení skalárem, Fourierova transformace, tensorový součin, konvoluce skaláru a distribuce
- fundamentální řešení lineárního diferenciálního operátoru s konstatními koeficienty a Laplaceova operátoru v $\mathbb{R}^d$, $d = 1, 2, 3$.
- regularizace (zhlazování) funkcí, definice, vlastnosti pro L^p-funkce
- Konvergence Fourierových řad v $\mathcal{S}'$, Poissonův sčítací vzorec.