

Jméno a příjmení: \_\_\_\_\_

|         |   |   |   |                    |
|---------|---|---|---|--------------------|
| Příklad | 1 | 2 | 3 | <b>Celkem bodů</b> |
| Bodů    | 8 | 8 | 8 | 24                 |
| Získáno |   |   |   |                    |

[8] 1. Buď  $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$  daná prostá funkce, zobrazující  $(a, b)$  na  $(A, B) \subset \mathbb{R}$ .

- Uveďte definici pojmu  $f$  je prostá na  $(a, b)$ .
- Uveďte definici funkce  $f^{-1}$ , inverzní funkce k funkci  $f$ .
- Proč je k definici  $f^{-1}$  nutné předpokládat, že  $f$  je prostá na  $(a, b)$ .
- Zformulujte větu o spojitosti a derivování inverzní funkce, včetně vzorečku pro derivaci  $f^{-1}$ .
- Uvažujte funkci "sekans" definovanou předpisem

$$\sec(x) := \frac{1}{\cos x} \quad \text{pro } x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right).$$

Vysvětlete, proč existuje k funkci sekans funkce inverzní (označme ji  $\text{arcsec}$ ) a vypočtěte dle vámi uvedené věty její derivaci. K zjednodušení by měl stačit vztah  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ .

- [8] 2.
- Zdefinujte pojem primitivní funkce  $F$  k dané funkci  $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ .
  - Vysvětlete, proč je primitivní funkce  $F$  spojitá v každém bodě  $x_0 \in (a, b)$ . Pokud využijete k vysvětlení nějaké tvrzení, tak tvrzení dokažte.
  - Zformulujte větu o (ne)jednoznačnosti primitivní funkce.
  - Větu o (ne)jednoznačnosti primitivní funkce dokažte.

- [8] 3.
- Pro danou posloupnost  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  zdefinujte pojem *posloupnosti vybrané* z posloupnosti  $\{a_n\}$ .
  - Zformulujte Weirstrassovou větu pro omezenou posloupnost.
  - Zformulujte přesně tvrzení o globálních extrémech pro spojitě funkce.
  - Tvrzení dokažte.