

1. Spočtete

$$z = (-\sqrt{5} + i\sqrt{5})^3(1 + i)^2.$$

Určete reálnou a imaginární část z , $|z|$ a \bar{z} . Najděte opačný a inverzní prvek k z .

2. V \mathbb{C} vyřešte rovnice:

$$\text{a) } x^6 + 1 = 0, \quad \text{b) } x^2 + x + 1 = 0.$$

3. Uvažujme dvě neprázdné, shora omezené množiny nezáporných čísel A a B . Definujme

$$C := \{xy; x \in A \text{ a } y \in B\}.$$

Dokažte, že platí:

$$\sup C = (\sup A)(\sup B).$$

4. Nechť M označuje množinu mužů a Z označuje množinu žen. Zaveďme dále označení pro následující vyjádření ($m \in M$, $z \in Z$):

- $S(m, z)$ znamená m je manželem z
- $L_1(m, z)$ znamená m má rád z
- $L_2(m, z)$ znamená z má ráda m

Pomocí kvantifikátorů, logických operací a forem S , L_1 a L_2 vyjádřete následující tvrzení:

- Každý ženatý muž má rád svou manželku.
- Existuje nevěrná manželka.
- Každou ženu miluje nějaký muž.