

Jméno a příjmení: _____

Příklad	1	2	3	Celkem bodů
Bodů	8	8	8	24
Získáno				

- [8] 1. Buď f **nerostoucí** funkce na omezeném intervalu (a, b) . Symbol $f[(a, b)]$ označuje obraz (a, b) funkcí f .
Nechť

$$\inf f[(a, b)] = -\infty \quad \text{a} \quad \sup f[(a, b)] = A \in \mathbb{R}. \quad (1)$$

- Uveďte definici $f[(a, b)]$ pomocí matematických symbolů.
- Uveďte definici suprema množiny $f[(a, b)]$, výše označenou $\sup f[(a, b)]$.
- Uveďte definici infima množiny $f[(a, b)]$, výše označenou $\inf f[(a, b)]$.
- V situaci popsané v (1) rozhodněte, zda existují $\lim_{x \rightarrow a+} f(x)$ a $\lim_{x \rightarrow b-} f(x)$ a pokud existují, čemu se rovnají.
- Vaše tvrzení z předchozího bodu týkající se $\lim_{x \rightarrow a+} f(x)$ dokažte.
- Uveďte také obecnou definici (tj. zahrnující vlastní i nevlastní limity) symbolu $\lim_{x \rightarrow a+} f(x) = L$, kde $L \in \mathbb{R}^*$.

- [8] 2.
- Zdefinujte primitivní funkci F k dané funkci $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{C}$.
 - Zformulujte věty o substituci (obě schémata) pro hledání primitivních funkcí.
 - Obě věty dokažte.

- [8] 3.
1. Uveďte definici složeného zobrazení $g \circ f$ pro dvě dané reálné funkce reálné proměnné značené f a g . Součástí odpovědi je samozřejmě i stanovení předpokladů na f a g , aby definice složeného zobrazení měla smysl.
 2. Zformulujte a dokažte větu o limitě složené funkce (za silnějších předpokladů na vnější funkci).
 3. Rozhodněte, který z následujících výroků je pravdivý:
 - Jestliže existuje $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{f(x)}$, pak existuje $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.
 - Jestliže existuje $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, pak existuje $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{f(x)}$.
 - Jestliže existuje $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, pak existuje $\lim_{x \rightarrow 0} \text{sign } f(x)$Svou odpověď vždy odůvodněte.
 4. Zformulujte a dokažte větu o derivování složeného zobrazení $g \circ f$.