

# Matematika pro fyziky I (NOFY161), ZS 2020/2021 – DÚ 4

## Řady funkcí

Termín odevzdání 2. listopadu 2020 (poledne)

1. Pro řady funkcí

(a)  $\sum_{n=1}^{\infty} x^2 \exp(-n^2 x^2)$  na  $[0, \infty)$

(b)  $\sum_{n=1}^{\infty} x \exp(-n^2 x^2)$  na  $[0, \infty)$

zjistěte obor bodové konvergence. Vyšetřete pro ně i stejnoměrnou konvergenci na uvedených množinách.

2. Vyšetřete stejnoměrnou konvergenci řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{n+x^2} \cos(nx) \arctan(nx) \quad \text{na } [-1, 1].$$

3. (a) Ukažte, že  $F(x)$

$$F(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \cos(n\pi x), \quad x \in \mathbb{R}.$$

je diferencovatelná.

(b) Je řada funkcí

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^2}{(1+x^2)^n}$$

stejně konvergentní na  $\mathbb{R}$ ? (Nápověda: Uvažujte limitu pro geometrickou řadu.)