

## Domácí úkol č. 7

Termín odevzdání: 23.11.2020 poledne

1. Pro reálné konstanty  $a, R$  splňující  $a \geq R\sqrt{2} > 0$  spočtete objem tělesa ohraničeného plochami

$$x + y + z = a, \quad x^2 + y^2 = R^2, \quad x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0.$$

Předpokládejte, že počátek souřadnic  $[x, y, z] = [0, 0, 0]$  je součástí hranice tělesa.

2. Spočtete objem tělesa ohraničeného plochami

$$2x^2 + \frac{y^2}{2} = \frac{z^2}{9}, \quad 2x^2 + \frac{y^2}{2} + \frac{z^2}{9} = 1.$$

Předpokládejte, že těleso je konvexní a pro všechny body  $[x, y, z]$ , které do tělesa patří, platí  $z \geq 0$ .

3. Kvádr se čtvercovou podstavou s délkou strany  $a > 0$  je naplněn plynem. Dno kvádrů leží v rovině  $z = 0$ , výška kvádrů je rovna konstantě  $h > 0$ . Na dně kvádrů má tlak konstantní hodnotu  $p_0 > 0$ , hustota konstantní hodnotu  $\rho_0 > 0$ . Konstanta  $g > 0$  značí velikost tíhového zrychlení.

Předpokládejte, že:

- Pro hustotu  $\rho = \rho(z)$  a tlak  $p = p(z)$  platí

$$p(z) = \int_z^h \rho(\tilde{z})g \, d\tilde{z}.$$

- Pro plyn platí stavová rovnice

$$\frac{p}{\rho\theta} = \text{konst.}$$

- Systém je izotermální, tedy teplota  $\theta > 0$  je konstantní.

Úkoly:

- Odvoďte formuli  $\rho(z) = \rho_0 e^{-\frac{\rho_0}{p_0}gz}$ .
- Spočtete hmotnost plynu uvnitř kvádrů.