Jméno a příjmení: ____________________

Příklad	1	2	3	**Celkem bodů**
Bodů	8	8	8	24
Získáno				

[8] 1.
- Zformulujte a dokažte nutnou podmínku existence extrému funkce, která má derivaci v každém vnitřním bodě definičního oboru.
- Zformulujte Rolleovu větu.
- Uvažujte funkci $f(x) := 1 - \sqrt[5]{x^4}$ na $\langle -1, 1 \rangle$. Rozhodněte a podrobně odůvodněte, zda lze Rolleovu větu na f aplikovat. Nakreslete obrázek charakterizující situaci.
- Rolleovu větu dokažte.

[8] 2.

- Zadefinujte pojem primitivní funkce F k dané funkci $f : (a, b) \to \mathbb{R}$.
- Zformulujte přesně obě věty o substituci pro nalezení primitivní funkce.
- Věty dokažte.

[8] 3. Nechť je reálná funkce f definována na $\mathbb{R}$ a nechť je omezená na $(-1,1)$. Zadefinujte, že f je omezená na $(-1,1)$. Rozhodněte o pravdivosti následujících tvrzení (tj. buď výrok dokažte, nebo uveďte protipříklad):

1. funkce f je spojitá alespoň v jednom bodě intervalu $(-1,1)$;
2. funkce f je omezená v intervalu $\langle -1,1 \rangle$;
3. funkce $g_1(x) := xf(x)$ je spojitá v bodě 0;
4. funkce $g_1(x) := xf(x)$ je diferencovatelná v bodě 0 (tzn. existuje $g_1'(0)$);
5. funkce $g_2(x) := x^2 f(x)$ je diferencovatelná v bodě 0 (tzn. existuje $g_2'(0)$);
6. funkce $g_3(x) := \sqrt[3]{x}\,\operatorname{sgn} x\, f(x)$ má limitu pro $x \to 0$;
7. funkce $g_4(x) := \frac{f(x)}{\sqrt{x}}$ má limitu pro $x \to +\infty$.