

Domácí úkol č. 6

Termín odevzdání: 16.11.2020 poledne

1. Spočtěte integrál

$$\int_0^1 \frac{\ln x}{1-x^2} dx.$$

(Návod: využijte rozvoje jmenovatele do geometrické řady a integrál vyjádřete jako součet nekonečné řady. Dále použijte $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$.)

2. Spočtěte

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^{+\infty} e^{-x^2 + (2n-1)x - n^2} dx.$$

3. Pomocí Fatuova lemmatu ukažte, že řada

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n n^2}{x^{4n}}$$

definujte na $[2, +\infty)$ lebesgueovskými integrovatelnou funkcí.

Pečlivě ověřte všechny předpoklady!