

Domácí úkol č. 3

Termín odevzdání: 26.10.2020 poledne

1. Vyšetřete stejnoměrnou konvergenci posloupnosti funkcí

$$f_n(x) := \frac{x}{n} \ln \frac{x}{n}$$

- (a) na intervalu $(0, \varepsilon)$,
(b) na intervalu (ε, ∞) .

2. Vyšetřete stejnoměrnou konvergenci posloupnosti funkcí

$$f_n(x) := \sqrt[2n]{x^n + e^x}$$

na intervalu $[0, \infty)$.

3. Zjistěte, zda je následující výrok pravdivý:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \frac{nx}{1 + n^2 x^2} dx = \int_0^1 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{nx}{1 + n^2 x^2} dx$$

4. Uvažujte posloupnost funkcí

$$f_n(x) := \frac{1}{n} \arctan x^n.$$

- (a) Konverguje f_n stejnoměrně na $(-\infty, \infty)$?
(b) Platí $\left[\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) \right]'_{x=1} = \lim_{n \rightarrow \infty} f'_n(1)$?