

Domácí úkol č. 5

Termín odevzdání: 9.11.2020 poledne

1. Buď $C \subset \langle 0, 1 \rangle$ Cantorovo diskontinuum. Označme C^* množinu definovanou na každém intervalu $\langle k, k + 1 \rangle$, $k \in \mathbb{Z}$ předpisem: $x \in C^* \iff x - k \in C$.

Ukažte, že

- $C^* \subset \mathbb{R}$ je v \mathbb{R} množina míry nula,
- množina $C \times \mathbb{R} \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R} =: \mathbb{R}^2$, je množina míry nula v \mathbb{R}^2 .
- množina $C^* \times \mathbb{R}$ je množina míry nula v \mathbb{R}^2 .

Návod: texty ke Cantorově množině a k množinám míry nula na stránkách přednášejícího.

Poznámka: Množinu C^* lze alternativně zdefinovat takto:

$$C^* := \{x \in \mathbb{R}; \{x\} \in C\},$$

kde $\{x\} := x - [x]$ je tzv. zlomková část čísla $x \in \mathbb{R}$ a $[x]$ je jeho dolní část, tzn. $[x] \in \mathbb{Z}$, $[x] \leq x \leq [x] + 1$. Například, $[-3, 17] = -4$ a $\{-3, 17\} = -3, 17 + 4 = 0, 83$.