ZS: 2020/2021 NOFY161 J. MÁLEK

Matematika pro fyziky I

OBECNÉ INFORMACE A SYLABUS

Přednášející:	Josef Málek
Cvičící:	Marie Běhounková, Tomáš Los, Vít Průša, Tomáš Salač, Ondřej Šrámek
Termíny přednášek:	čtvrtek **8:15**–9:45 pátek **9:00**–10:30
Termíny cvičení:	pátek **10:45**–12:15 pondělí **17:20**–18:50
Konzultační hodiny:	po domluvě e-mailem
Pracovna:	Karlín, Sokolovská 83, P-8, 3. patro, hlavní chodba
Telefon:	(95155)3220
E-mail:	malek@karlin.mff.cuni.cz
URL:	www.karlin.mff.cuni.cz/∼malek

ZáKLADNÍ TEXTY

M. Pokorný: *Videozáznamy přednášek MFF*
`https://is.mff.cuni.cz/prednasky/prednaska/NMAF061/1`
odkaz ze SISu popis předmětu (Literatura)

J. Kopáček: *Matematická analýza pro fyziky II, III a IV*, Matfyzpress Praha, 2001.

J. Kopáček: *Příklady z matematiky pro fyziky II, III a IV*, Matfyzpress Praha, 1996.

V. Souček: *Matematická analýza II. a III.*
`http://www.karlin.mff.cuni.cz/∼soucek`

J. Málek: *Ručně psané přípravy k přednášce*
`http://www.karlin.mff.cuni.cz/∼malek`

ZKOUŠKA, ZÁPOČET

Udělení zápočtu je záležitostí cvičících. Cvičící udělují zápočet a body (nejvýše 40) na základě Vaší aktivity na cvičení zejména formou domácích úkolů. Zápočet by Vám neměl být udělen, máte-li méně než 15 bodů.

Zkouška se skládá ze dvou písemných částí a ústního rozboru. Početní písemná část trvá 120 minut a obsahuje pět příkladů. Maximální ohodnocení je 36 bodů, pokud získáte méně jak 19 bodů z početní části, tak nezávisle na hodnocení teoretické části zkoušky je Vaše hodnocení *neprospěl(a)*. Teoretická písemná část trvá 75 minut, následuje po početní části a hodinové přestávce. Obsahuje tři nebo čtyři otázky či problémy teoretického charakteru. Maximální ohodnocení je 24 bodů, minimální počet pro pokračování ve zkoušce je 10 bodů. Během ústního rozboru se projdou písemné práce a student odpoví na jednu otázku ze seznamu nutných požadavků ke zkoušce, viz samostatný soubor. Případná neznalost znamená, že student(ka) u zkoušky *neprospěl(a)*. Celkem student(ka) může získat v den zkoušky nejvýše 60 bodů. Ústní pohovor se může konat až následující den, dle okolností a formy zkoušky, která může být distanční, jsou-li pro tuto formu vážné důvody.

Hodnocení **A** zkoušky:

49 - 60 bodů	*výborně*
39,5 - 48,9 bodů	*velmi dobře*
31 - 39,4 bodů	*dobře*
méně než 31 bodů	*neprospěl(a)*

Hodnocení **B** zkoušky:
K bodům, které jste získali v den zkoušky, se připočtou body získané během semestru. Opět však platí pravidlo: méně jak 19 bodů z početní části či méně jak 10 bodů z teoretické části či neznalost požadavků, dává jediný možný výsledek *neprospěl(a)*. Maximální počet bodů v hodnocení B, který jste mohli získat, je tedy 100.

83 - 100 bodů	*výborně*
67 - 82,9 bodů	*velmi dobře*
54 - 66,9 bodů	*dobře*
méně než 53,9 bodů	*neprospěl(a)*

Výsledné hodnocení zkoušky: *lepší z hodnocení A a hodnocení B*

Sylabus přednášky MAF061 (Matematika pro fyziky I)

9. Úvod do variačního počtu

- Funkcionály a úlohy variačního počtu - příklady a obecné formulace
- Kritické body a extremály. Gâteauxova (směrová derivace) funkcionálu
- Nutné podmínky existence extremály. Euler–Lagrangeova rovnice a její redukce v speciálních případech
- Gateauxův a Fréchetův diferenciál
- Postačující podmínky existence minima funkcionálu, charakterizace konvexních funkcí v $\mathbb{R}^d$. Jacobiho rovnice.
- Vázané extrémy.
- Aplikace variačního počtu v klasické mechanice. Legendrova transformace. Lagrangeovy a Hamiltonovy rovnice

10. Posloupnosti a řady funkcí

- *Bodová a stejnoměrná konvergence.* Kritérium stejnoměrné konvergence. Bolzano-Cauchyho podmínka. Pojem stejné omezenosti. Záměna limit, limit a integrálu, limit a derivace, zachování spojitosti. Prostor spojitých funkcí se supremovou normou je úplný.
- *Řady funkcí.* Kritéria stejnoměrné konvergence řad funkcí (Weiestraß, Leibniz, Abel, Dirichlet). Záměna limity a sčí tání řad, záměna derivace/integrace a sčítání řad funkcí.
- *Kompaktní množiny v prostoru spojitých funkcí.* Arzela-Ascoliho věta.

11. Lebesgueův integrál

- *Množiny míry nula a prostor jednoduchých funkcí.* Definice a vlastnosti. Cantorovo diskontinuum.
- *Lebesgueův integrál.* Konstrukce přes prostory M^+, L^+, M a L. Základní vlastnosti (linearita, absolutní konvergence, integrál jako množinová funkce)

- *Věty o záměně integrálu a limity pro posloupnosti a řady funkcí.* Fatouovo lemma, Léviho a Lebesgueova věta. Popis *oscilace, koncentrace a disperze* pomocí posloupností.
- *Počítání Lebesgueova integrálu.* Vztah mezi Riemannovým, Newtonovým a Lebesgueovým integrálem. Věta Fubiniho. Věta o substituci. Geometrický význam determinatu.
- *Integrály závislé na parametru.* Limita, spojitost a derivace integrálu podle parametru.

12. Křivkový a plošný integrál

- *Křivkový integrál 1. a 2. druhu.* Křivky v $\mathbb{R}^d$ (C^1, regulární, jednoduchá, uzavřená, Jordanova, orientace). Motivace a výpočet.
- *Plošný integrál 1. a 2. druhu.* 2-plochy v $\mathbb{R}^3$ (C^1, regulární, tečný prostor, normála, orientace). Motivace a výpočet. Vektorový součin, Gramova matice.
- *Věty zobecňující Newtonův vzorec: integrál z 'derivace' f přes oblast se rovná integrálu 'f' přes hranici oblasti.* Věta o potencálu. Gauß–Ostrogradského věta, Greenova věta, Stokesova věta. Integrace per-partes pro funkce více proměnných.

13. Měřitelné množiny, míry a Lebesgueovy L^p prostory

- *Měřitelné množiny a míry.* Topologie, σ-algebra. Systémy lebesgueovsky a borelovsky mě řitelých množin. Existence neměřitelné množiny. Míra. Úplná míra. σ-konečná, konečná, pravděpodobnostní míra. Systém lebesgueovsky mě řitelých množin je σ-algebra. Každá nezáporná měřitelná funkce generuje míru, která je absolutně spojitá vzhledem k Lebesgueově míře. Pojmy topologický prostor, měřitelný prostor, prostor s mírou, pravděpodobnostní prostor, Dirakova míra.
- *L^p prostory.* Definice. Norma. Třídy ekvivalence. Hölderova, Minkovského nerovnost, úplnost L^p prostorů (Rieszova věta), separabilita.
- Různé typy konvergencípro posloupnosti funkcí. Jegorovova věta.

14. Fourierovy řady

- *Abstraktní Fourierovy řady.* Separabilní Hilbertův prostor, úplný ortonormální systém. Věta o nejlepší aproximaci - definice abstraktní Fourierovy řady. Besselova nerovnost, Parsevalova rovnost, Riesz–Fischerova věta. Izomorfismus separabilních Hilbertových prostorů s ℓ_2, věta o ortogonální projekci
- *Klasické Fourierovy řady.* Trigonometrický systém, jeho úplnost, bodová a stejnoměrná konvergence klasických Fourierových řad za rúzných předpokladů na funkci f. Derivování a integrace Fourierových řad.