

Cvičení MA3, 8.12.2025

Extrémy funkcí více proměnných

Najděte lokální extrémy funkce $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ na $M = \{(x, y, z); x^4 + y^4 + z^4 + x^2 y^2 + x^2 z^2 + y^2 z^2 = 1\}$.

Najděte lokální extrémy funkce $f(x, y) = xyz$ na $M = \{(x, y, z); x + y + z = 5, xy + xz + yz = 8\}$.

Metrické prostory

Metrický prostor je totálně omezený, právě když každá jeho posloupnost má cauchyovskou podposloupnost.

Je-li funkce f na kompaktním prostoru neexpansivní, pak je f kontrakce.

Je-li metrický prostor (X, d) kompaktní a pro spojitou funkci f na X lze pro každé kladné r nalézt $x_r \in X$, že $d(x_r, f(x_r)) < r$, pak f má pevný bod.

Z Bolzanovy věty o existenci nulové hodnoty funkce vyplývá, že každá spojitá funkce $f : [a, b] \rightarrow [a, b]$ má pevný bod.

Nechť (X, d) je úplný prostor a $f : X \rightarrow X$ je surjekce a antikontrakce (existuje $k > 1$, že pro každé $x, y \in X$ platí $d(f(x), f(y)) \geq k d(x, y)$). Pak f má jediný pevný bod.