

### Substituce vícerozměrných integrálů

Máme vhodnou substitucí spočítat následující integrály

$$\int_M \mathbf{dx} \, \mathbf{dy} \, , \quad M \text{ omezená křivkami } xy = 1, xy = 3, 2y = x, y = 2x$$

$$\int_M (x^2 + y^2) \mathbf{dx} \, \mathbf{dy} \, , \quad M = \{(x, y); 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, y \geq |x|\}$$

$$\int_M e^{-x^2-y^2} \mathbf{dx} \, \mathbf{dy} \, , \quad M \text{ je první kvadrant}$$

$$\int_M (x + y^2) \mathbf{dx} \, \mathbf{dy} \, , \quad M = \{(x, y); \frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{4} \leq 1, 1 \leq y \leq 4\}$$

$$\int_M \sqrt{xy} \mathbf{dx} \, \mathbf{dy} \, , \quad M = \{(x, y); \left(\frac{x}{2} + \frac{y}{3}\right)^4 \leq \frac{xy}{6}, x, y \geq 0\}$$

$$\int_M xz\sqrt{x^2+y^2} \mathbf{dx} \, \mathbf{dy} \, \mathbf{dz} \, , \quad M = \{(x, y, z); 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq z \leq 3, x \leq 0, y \geq 0\}$$

$$\int_M \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2}} \mathbf{dx} \, \mathbf{dy} \, \mathbf{dz} \, , \quad M = \{(x, y, z); \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1\}$$