

$$\int_A xy^2 \, dx \, dy, \quad A = \{(x, y); 1 \leq x \leq 2, 3 \leq y \leq 4\}$$

$$\int_A xy^2 \, dx \, dy = \int_1^2 x \left(\int_3^4 y^2 \, dy \right) dx = \frac{37}{2}.$$

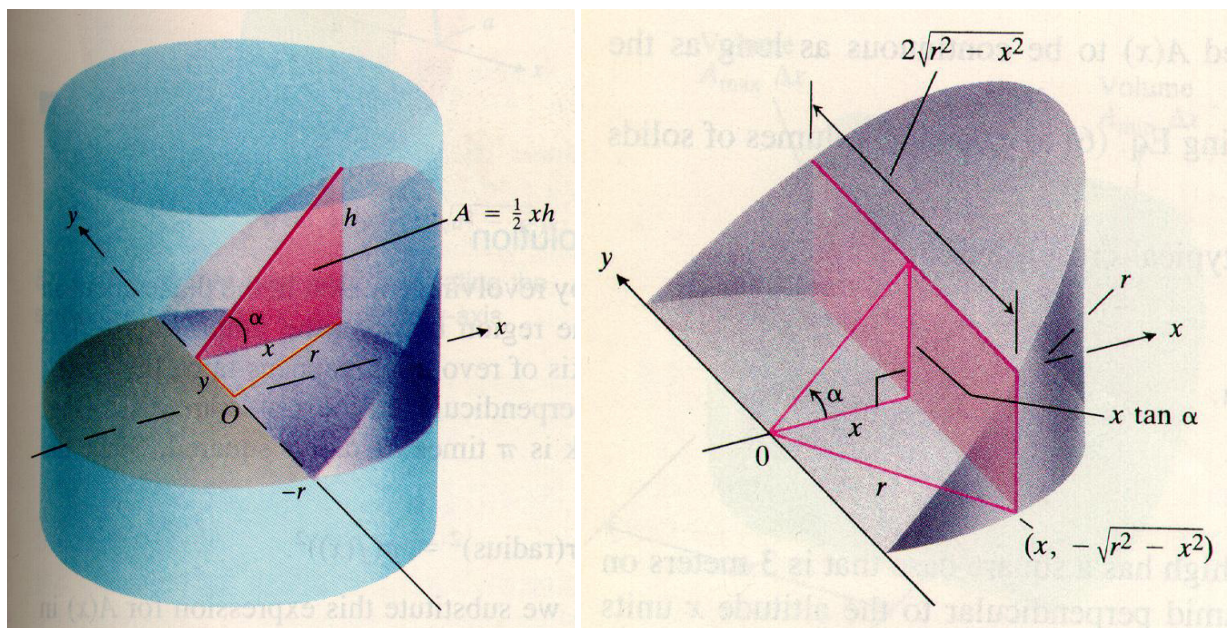
$$A = \{(x, y); 0 \leq x \leq 2, \sqrt{x} \leq y \leq 2\sqrt{x}\}, \quad \mu(A) = ?$$

$$\mu(A) = \int_A dx \, dy = \int_0^2 \left(\int_{\sqrt{x}}^{2\sqrt{x}} dy \right) dx = \int_0^{\sqrt{2}} \left(\int_{y^2/4}^{y^2} dx \right) dy + \int_{\sqrt{2}}^2 \left(\int_{y^2}^2 dx \right) dy = \frac{4}{3}\sqrt{2}$$

$$\int_A (x^2 + y^2) \, dx \, dy \, dz, \quad A = \{(x, y, z); 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 3, 0 \leq z \leq x + y\}$$

$$\int_A (x^2 + y^2) \, dx \, dy \, dz = \int_0^2 \left(\int_0^3 \left(\int_0^{x+y} (x^2 + y^2) \, dz \right) dy \right) dx = \frac{165}{2}.$$

Objem klínu, který je omezen vertikální válcem, rovinou kolmou na vertikální osu válce a rovinou procházející vodorovnou osou válce svírající s první rovinou úhel α (viz následující první obrázek).



$$\int_{-r}^r \frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha (r^2 - y^2) \, dy = \frac{2}{3} r^3 \operatorname{tg} \alpha \text{ nebo } \int_0^r 2\sqrt{r^2 - x^2} x \operatorname{tg} \alpha \, dx = \frac{2}{3} r^3 \operatorname{tg} \alpha$$

Rotační těleso vzniklé rotací grafu funkce $y = 1/x$ má konečný objem a nekonečný povrch.

Velikost křivky krajice dané tloušťky vyříznutého z kulovitého bochníku nezávisí na místě řezu.

$$\text{S použitím Fubiniovy věty spočítat } \int_0^\infty \frac{e^{-ax} - e^{-bx}}{x} \, dx, \quad 0 < a < b$$

$$\int_0^\infty \frac{e^{-ax} - e^{-bx}}{x} \, dx = \int_0^\infty \left(\int_a^b e^{-xy} \, dy \right) dx = \int_a^b \left(\int_0^\infty e^{-xy} \, dx \right) dy = \log \frac{b}{a}$$