

Funkce – výsledky

funkce, definiční obor a obor hodnot funkce, graf funkce, způsoby zadání funkce

1 Za předpokladu, že objekty popsanych množin reprezentujeme pomocí navzájem různých čísel, pak
a) ano (tabulka); b) ano (tabulka); c) ne; d) ano (graf); e) ano (tabulka/graf/histogram).

2 $f(-3) = \sqrt{42}$; $f(x) = 0$ pro $x \in \{0; 4\}$.

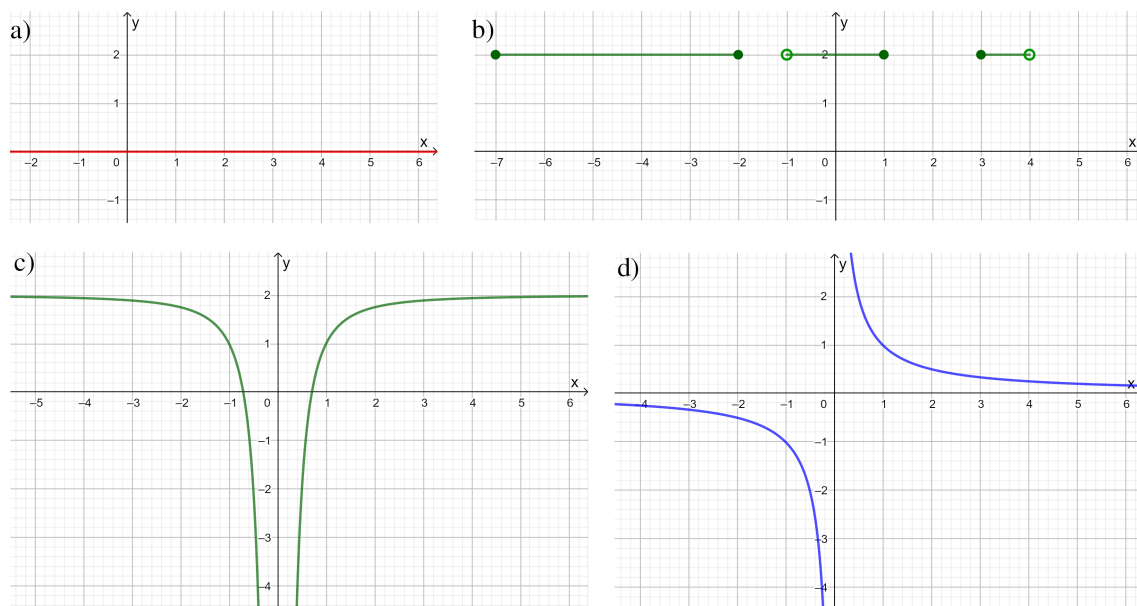
3 f je grafem funkce, $D_f = \mathbb{R}$, $H_f = (-\infty; 3]$, $f(x) = -x^2 + 3$; g je grafem funkce, $D_g = \mathbb{R} \setminus \{2\}$, $H_g = (0; \infty)$, $g(x) = \frac{1}{(x-2)^2}$; h je grafem funkce, $D_h = \mathbb{R}$, $H_h = \mathbb{R}$, $h(x) = -x^3$; k je grafem funkce, $D_k = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $H_k = (-\infty; 0)$, $h(x) = -\left|\frac{x^2}{x}\right|$; l je grafem funkce, $D_l = \{-1; -\frac{1}{2}; 1\}$, $H_l = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$, $l(x) = -2x$; m je grafem funkce, $D_m = (-2; \infty)$, $H_m = (-1; 1) \cup \{2\}$, $m(x) = x$ pro $x \in (-2; 0)$, $m(x) = 2$ pro $x \in (0; \infty)$.

vlastnosti funkcí (monotonie, sudost $\times$ lichost, omezenost, extrémy), prostá funkce

4 f : není monotónní (rostoucí na $(-\infty; 0)$, klesající na $(0; \infty)$), je sudá, je shora omezená, má maximum pro $x = 0$; g : není monotónní (rostoucí na $(-\infty; 2)$, klesající na $(2; \infty)$), není sudá ani lichá, je zdola omezená, nemá maximum ani minimum; h : je klesající, je lichá, není omezená, nemá maximum ani minimum; k : není monotónní (rostoucí na $(-\infty; 0)$, klesající na $(0; \infty)$), je sudá, je shora omezená, nemá maximum ani minimum; l : je klesající, je lichá, je omezená, má maximum pro $x = -1$ a minimum pro $x = 1$; m : je neklesající (rostoucí na $(-2; 0)$, konstantní na $(0; \infty)$), není sudá ani lichá, je omezená, nemá minimum, má maximum pro $x \in (0; \infty)$.

5 b) lichá; ostatní nejsou ani sudé ani liché.

6 Například viz obr. 1.



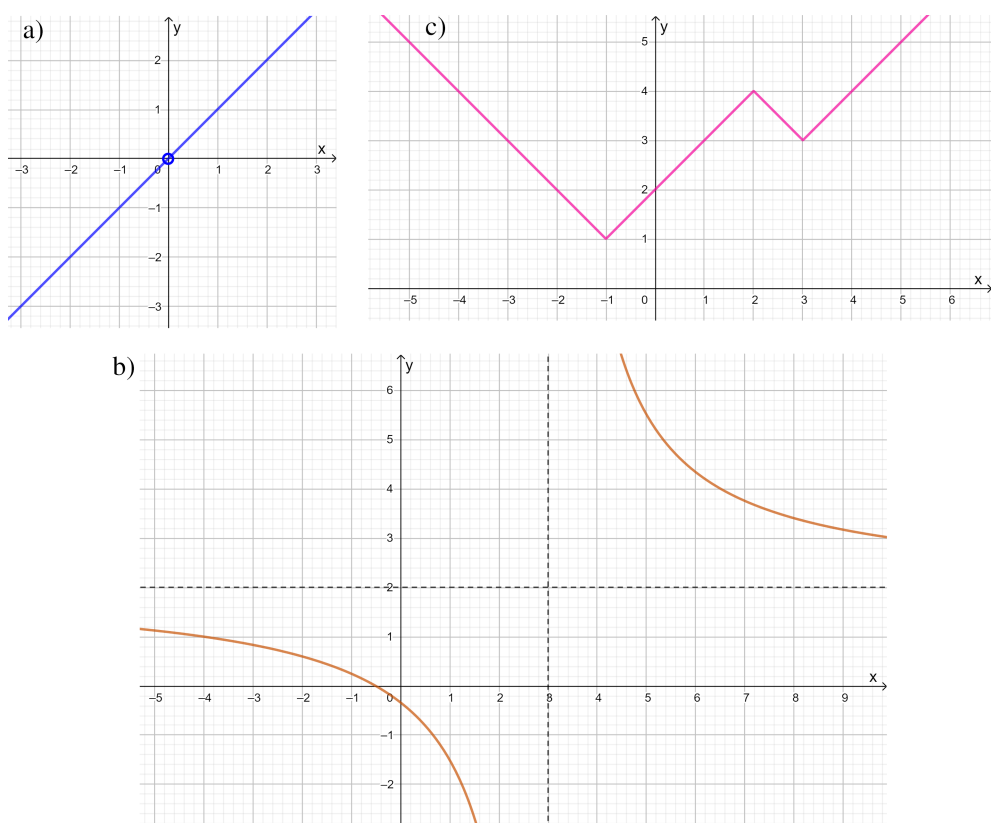
Obrázek 1

elementární funkce (lineární, konstantní, mocninná, lineární lomená, n-tá odmocnina, exponenciální, logaritmická, signum, celá část)

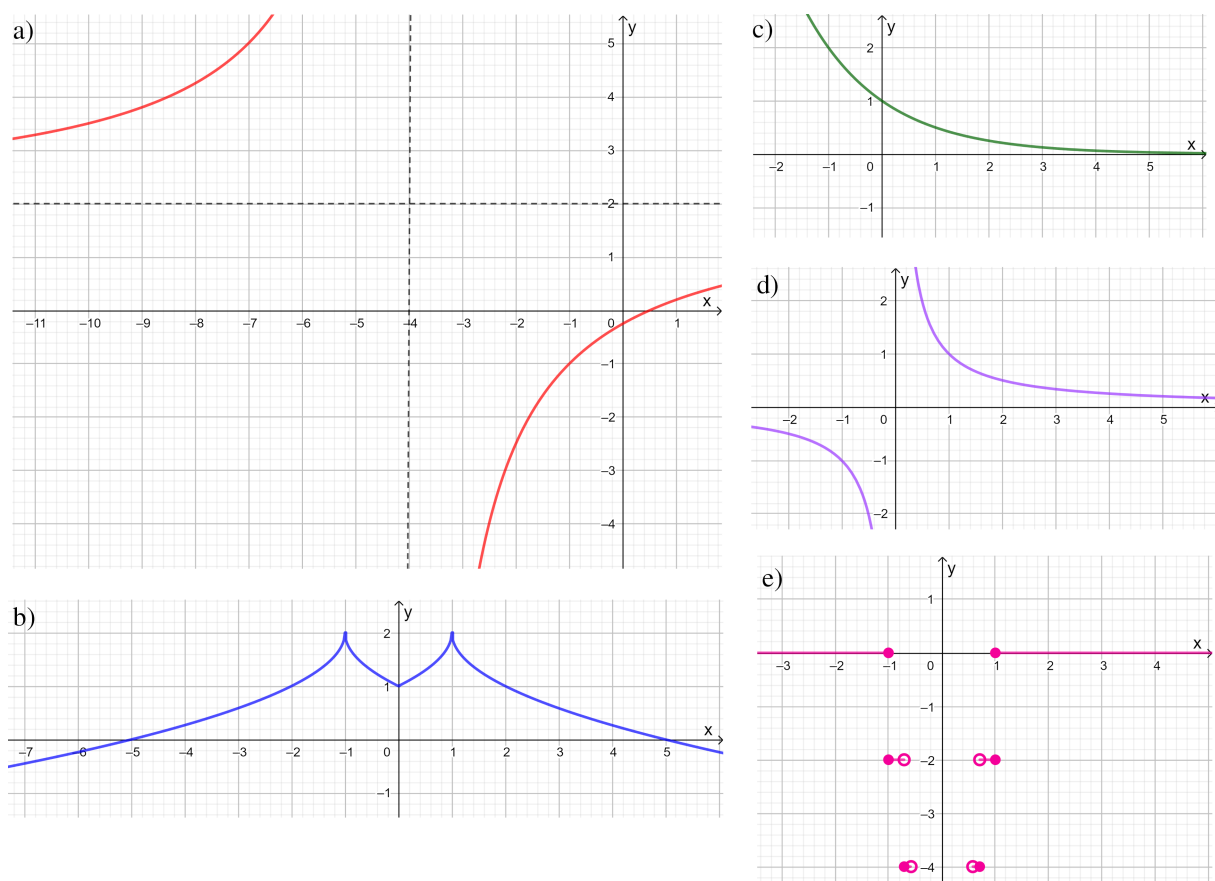
7 a) $(-\infty; -3) \cup (-2; \infty)$; b) $\langle; \infty)$; c) $(-\infty; -2) \cup (3; \infty)$; d) $\langle 1; 4)$; e) $\langle -3; 3 \rangle \setminus \{-\sqrt{3}; -\sqrt{2}; \sqrt{2}; \sqrt{3}\}$.

8 Viz obr. 2. a) $H = \mathbb{R} \setminus \{0\}$; b) $H = \mathbb{R} \setminus \{3\}$; c) $H = \langle 1; \infty)$.

9 Viz obr. 3. a) $D = \mathbb{R} \setminus \{-4\}$, $H = \mathbb{R} \setminus \{2\}$, není monotónní (rostoucí na $(-\infty; -4)$, rostoucí na $(-4; \infty)$), není sudá ani lichá, není omezená, nemá minimum ani maximum; b) $D = \mathbb{R}$, $H = (-\infty; 2)$,



Obrázek 2



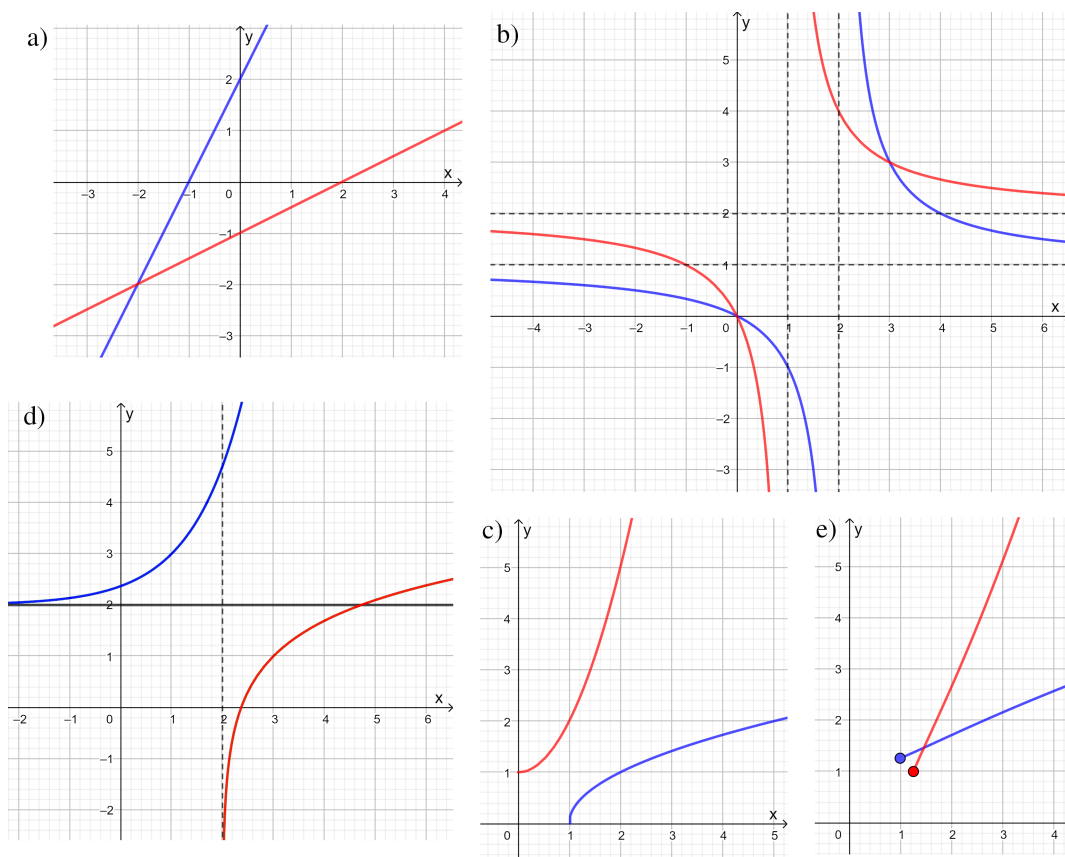
Obrázek 3

není monotónní (rostoucí na $(-\infty; -1)$, klesající na $\langle -1; 0$, rostoucí na $\langle 0; 1$, klesající na $\langle 1; \infty)$), je sudá, je shora omezená, má maximum pro $x \in \{-1; 1\}$; c) $D = \mathbb{R}$, $H = \mathbb{R}^+$, klesající, není sudá ani lichá, je zdola omezená, nemá minimum; d) $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $h = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, není monotónní (klesající na $(-\infty; 0)$, klesající na $(0; \infty)$, je lichá, není omezená, nemá extrém; e) $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $H = \{0; -2; -4; -6; \dots\}$, není monotónní (nerostoucí na $(-\infty; 0)$, neklesající na $(0; \infty)$), je sudá, je shora omezená, má maximum pro $x \in (-\infty; -1) \cup (1; \infty)$.

inverzní funkce, složená funkce

10 Viz obr. 4 (graf původní funkce modře, graf inverzní funkce červeně). a) $y = 2x + 2$; b) $y = \frac{2x}{x-1}$; c) $y = \sqrt{x-1}$; d) $y = \ln(x-2) + 1$; e) $y = \sqrt{x^3 - 1}$.

11 a) $y = \frac{3x^2}{5}$; b) $y = 3\ln(1-x)$; c) $y = \ln\left(1 - \frac{x^2}{5}\right)$; d) $y = \frac{9x^2}{5}$; e) $y = \frac{\ln^2(1-x)}{5}$; f) $y = \ln\left(1 - \frac{3x^2}{5}\right)$.



Obrázek 4