

Goniometrické funkce – výsledky

goniometrické funkce ostrého úhlu

1 Odvození pomocí poměrů délek stran pravoúhlého trojúhelníku, pro 30° a 60° uvažujeme polovinu rovnostranného trojúhelníku získanou jeho rozdělením výškou, pro 45° uvažujeme polovinu čtverce získanou jeho rozdělením úhlopříčkou; $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$; $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

$\operatorname{tg} 30^\circ = \operatorname{cotg} 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$; $\operatorname{tg} 60^\circ = \operatorname{cotg} 30^\circ = \sqrt{3}$; $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\operatorname{tg} 45^\circ = \operatorname{cotg} 45^\circ = 1$.

2 $\beta \doteq 33^\circ 34'$.

orientovaný úhel, radián, sinus, kosinus, tangens, kotangens a jejich vlastnosti, periodická funkce

3 a) π ; b) $\frac{4\pi}{3}$; c) $\frac{5\pi}{4}$.

4 a) 200° ; b) 0° ; c) 240° .

5 Základními vztahy jsou myšleny: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$; $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$; $\operatorname{cotg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$; $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{cotg} \alpha = 1$; $\sin \alpha = \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha)$; $\cos \alpha = \sin(\frac{\pi}{2} - \alpha)$. Tyto vztahy lze odvodit pomocí jednotkové kružnice jen na základě definice goniometrických funkcí.

6 a) $f(g(x)) = \sin(x^2 - \pi)$, $H = \langle -1; 1 \rangle$; b) $g(f(x)) = \sin^2(x - \pi)$, $H = \langle 0; 1 \rangle$.

7 Viz obr. 1. V obrázcích nejsou zaznačeny některé důležité vlastnosti, např.: a) maximum pro $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$, minimum pro $x = \frac{3\pi}{4} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$; b) maximum pro $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$, minimum s hodnotou 0 pro $x = \frac{3\pi}{4} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$; c) svislé asymptoty pro $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$; d) svislé asymptoty pro $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$; e) sudá funkce, po částech periodická (zvlášť pro $x \geq 0$ a zvlášť pro $x < 0$) s periodou $\frac{2\pi}{3}$; f) maximum pro $x = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$, s hodnotou $\frac{3}{2}$; g) maximum pro $x = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi$, minimum pro $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$; h) maximum pro $x = \frac{\pi}{2} + 4k\pi$, minimum pro $x = \frac{5\pi}{2} + 4k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

další vztahy (součtové vzorce a jejich důsledky)

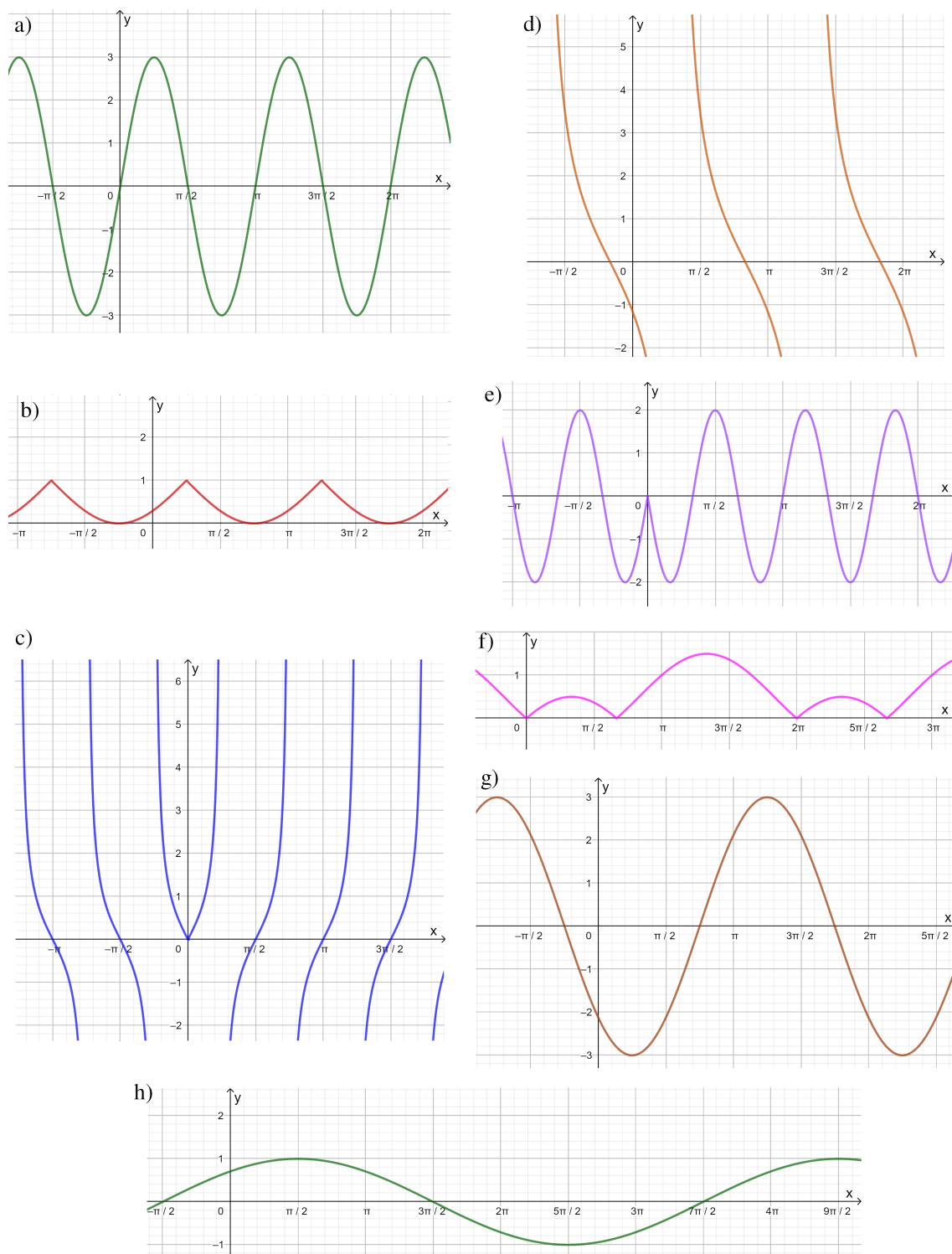
8 a) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$; b) $3 + \sqrt{2}$; c) $\frac{1}{4}$.

9 a) $\frac{1}{3}$, $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$, kde $k \in \mathbb{Z}$; b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; c) $\cos x$.

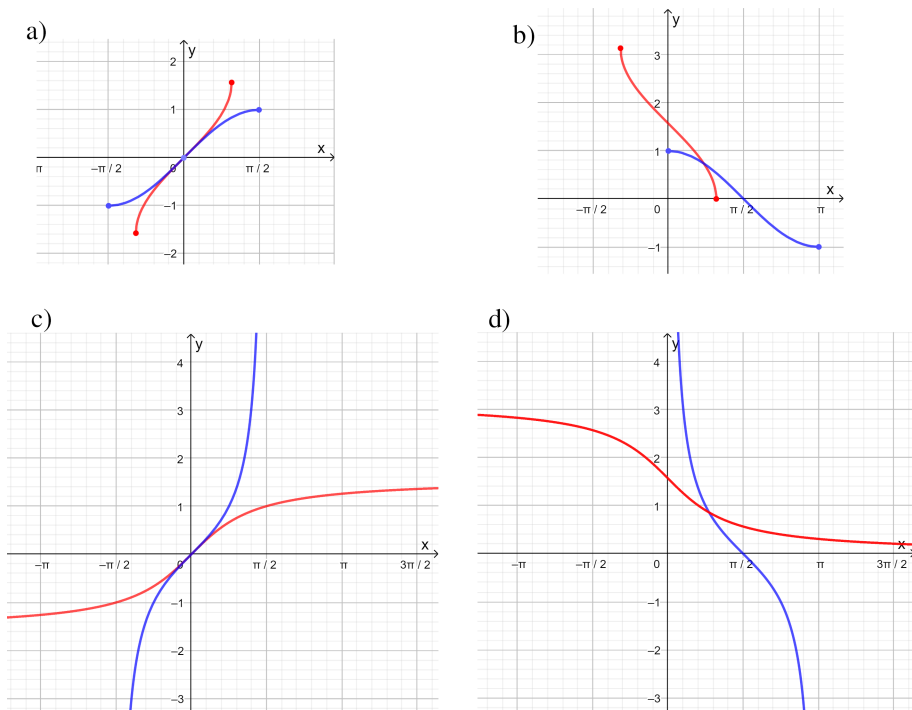
inverzní funkce ke goniometrickým funkcím

10 $f(x) = \sin x$, $D_f = \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$, $f^{-1}(x) = \arcsin x$ (obr. 2a); $f(x) = \cos x$, $D_f = \langle 0; \pi \rangle$, $f^{-1}(x) = \arccos x$ (obr. 2b); $f(x) = \operatorname{tg} x$, $D_f = (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$, $f^{-1}(x) = \operatorname{arctg} x$ (obr. 2c); $f(x) = \operatorname{cotg} x$, $D_f = (0; \pi)$, $f^{-1}(x) = \operatorname{arccotg} x$ (obr. 2d).

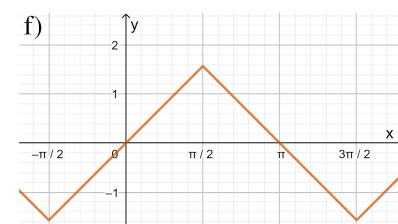
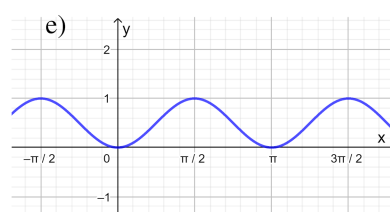
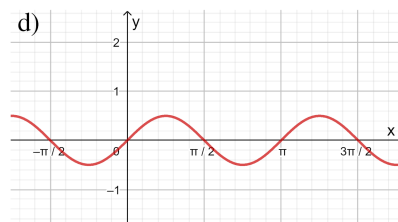
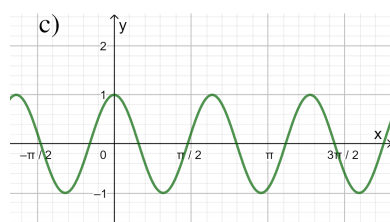
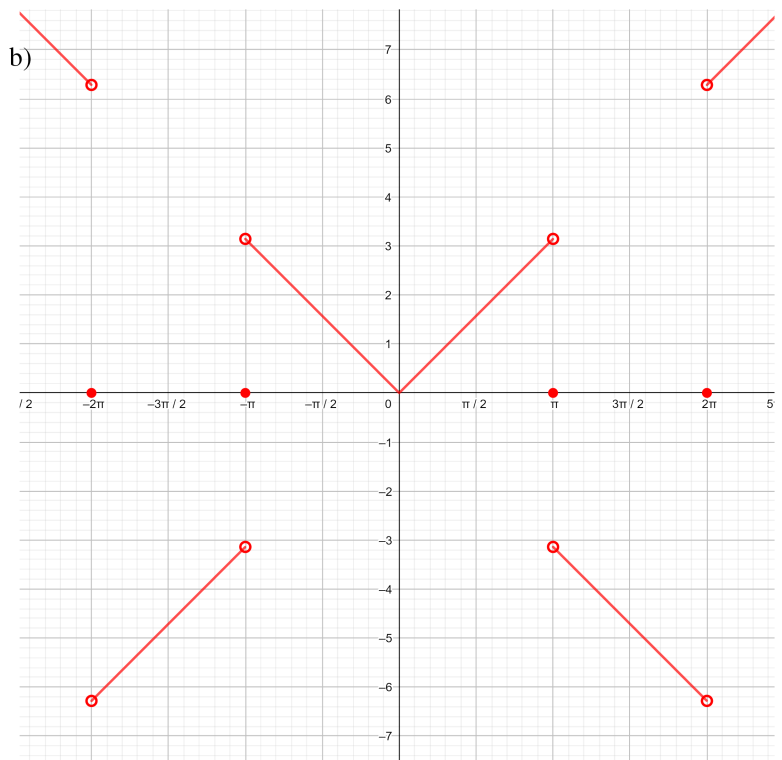
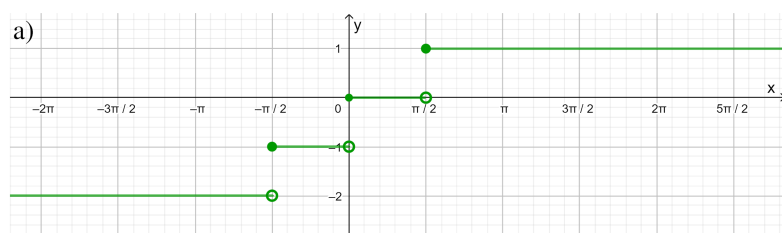
11 Viz obr. 3.



Obrázek 1



Obrázek 2



Obrázek 3