

Vážené studentky, vážení studenti,

následující soubor úloh je ukázkou toho, co předpokládáme, že při příchodu na Matematický proseminář I z předchozího studia již znáte a plně ovládáte. Zkuste si tyto úlohy (bez užití kalkulaček, tabulek či jiných pomůcek) vyřešit. Pokud s některými z nich máte potíže, doporučujeme Vám požádat Vašeho vyučujícího prosemináře o individuální konzultaci a poradit se s ním, jak situaci řešit.

1. Z následujících vět vyberte výroky a určete jejich pravdivostní hodnotu.
 - a) Hlavním městem České republiky je Ostrava.
 - b) $4 > 5$.
 - c) Počkej na mne!
 - d) $x = 5$.
2. Rozepište jako konjunkci dvou výroků: $10 > 9 > 7$.
3. Pro jaké pravdivostní hodnoty jednotlivých výrokových proměnných A , B je výroková formule „ $(A \wedge B) \Rightarrow A$ “ pravdivá?
4. Zapište výčtem následující množiny:
 - a) $A = \{k \in \mathbb{Z}; -\sqrt{5} < k < 0,6\}$,
 - b) $B = \{n \in \mathbb{N}; n < 12 \wedge 3|n\}$.
5. Jsou dány intervaly $A = (-2; 5)$, $B = \langle 3; 6 \rangle$. Určete:
 - a) $A \cap B$,
 - b) $A \cup B$,
 - c) $A \setminus B$,
 - d) $B \setminus A$.
6. Určete definiční obor funkce f :
 - a) $f(x) = |x|$,
 - b) $f(x) = \frac{x}{x^2 + 5x + 6}$,
 - c) $f(x) = \sqrt{5 - x}$,
 - d) $f(x) = 2 + \log_3(x - 4)$,
 - e) $f(x) = \operatorname{tg}(2x)$,
 - f) $f(x) = \sin x^2$.
7. Načrtněte graf funkce f :
 - a) $f(x) = x^2 - 9$,
 - b) $f(x) = -\frac{1}{x}$,
 - c) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$,
 - d) $f(x) = \log_5(x - 4)$,
 - e) $f(x) = \sin(x - \pi)$,
 - f) $f(x) = 1 + \operatorname{tg} x$.

8. Určete hodnotu $\cos x$, $\operatorname{tg} x$ a $\sin(2x)$, je-li $\sin x = \frac{1}{2}$ a zároveň $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.
9. Zjednodušte výraz $\sin x \cdot \cos^2 x + \sin^3 x$ pro $x \in \mathbb{R}$.
10. Řešte rovnice a nerovnice s neznámou $x \in \mathbb{R}$:
- a) $\frac{2x-4}{x} = 0$,
 - b) $3x^2 + x - 2 = 0$,
 - c) $|x-2| \leq 3$,
 - d) $\frac{x}{2} - \frac{x-4}{6} > 2x$,
 - e) $10^x = 100^{x-1}$,
 - f) $4 \log_3(2x-1) = 12$,
 - g) $3^{x-1} > 27$,
 - h) $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$,
 - i) $\sin(3x) = 1$.
11. Řešte soustavu rovnic s neznámými $x \in \mathbb{R}$, $y \in \mathbb{R}$:

$$\begin{array}{rcl} 2x + y & = & 3 \\ 3x - 2y & = & 8 \end{array}$$