

- 1) Jsou dána kladná reálná čísla a, b, c taková, že $a^3 + b^3 = c^3$. Dokažte, že potom $a^2 + b^2 > c^2$.
- 2) Dokažte, že číslo $17^{19} + 19^{17}$ je dělitelné číslem $17 + 19$.
- 3) V oboru $\mathbb{R}$ řešte rovnici $\sqrt{x^2 - p} = x - p$ s neznámou x a reálným parametrem p .
- 4) V Gaussově rovině zobrazte všechna komplexní čísla z , která jsou řešením nerovnice
$$\left| z - |z + |z|| \right| - |z| \cdot \sqrt{3} \geq 0.$$
- 5) Určete střed S a poloměr r kružnice k vepsané trojúhelníku ABC , jestliže $A[0; 0]$, $B[-6; 3]$, $C[4; 8]$.
- 6) Vypočtete hodnotu výrazu
$$\arctg 1 + \arctg \frac{1}{2} + \arctg \frac{1}{3}.$$
Výsledek vyjádřete ve stupních na intervalu $\langle 0; 180^\circ \rangle$.
- 7) Je dán trojúhelník ABC . Určete množinu bodů X takových, že čtyřúhelníku $ABCX$ lze opsat i vepsat kružnici.
- 8) V rovině jsou dány dva různé body A, D . Dále je dáno reálné číslo r takové, že $r > \frac{1}{2}|AD|$. Určete množinu průsečíků úhlopříček všech rovnoramenných lichoběžníků s ramenem AD a s poloměrem r kružnice opsané.
- 9) Vypočtete obsah trojúhelníku ABC , jestliže $|AC| = 17$ cm, $|BC| = 10$ cm a na straně AB leží bod D tak, že $|AD| : |DB| = 3 : 4$, přičemž $|CD| = 10$ cm.
- 10) Vypočítejte objem tělesa vepsaného do krychle $ABCDEFGH$ o hraně velikosti 1 tak, že podstavy tělesa tvoří trojúhelníky $S_{AB}S_{BC}S_{BF}$, $S_{DH}S_{GH}S_{EH}$ a hrany dalších stěn jsou úsečky $S_{AB}S_{EH}$, $S_{AB}S_{DH}$, $S_{BF}S_{EH}$, $S_{BF}S_{GH}$, $S_{BC}S_{DH}$, $S_{BC}S_{GH}$, kde S_{XY} značí střed úsečky XY .