

Úlohy

- 1) Zvolte libovolnou čtveřici čísel A, B, C, D a ukažte, že vždy existuje funkce $f : y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, pro kterou $f(1) = A$, $f(2) = B$, $f(3) = C$, $f(4) = D$.
- 2) Přeneste z rovinných trojúhelníků na sférické trojúhelníky pojmy: vrchol, strana, vnitřní úhel, těžnice, výška, osa strany, osa úhlu. Dále pomocí analogie formulujte věty o počtu pravých úhlů a součtu úhlů ve sférických trojúhelnících a zjistěte, zda tyto analogické věty platí.
- 3) Vyřešte a následně zobecněte úlohu: Najděte všechny dvojice přirozených čísel x, y , které splňují rovnici $7x - 5y = 1$.
- 4) Najděte největší společný dělitel všech hodnot výrazu $n^3 + 17n$ pro $n \in \mathbb{N}$.
- 5) Posloupnost (a_n) je dána rekurentně, vyjádřete ji vzorcem pro n -tý člen. Je dáno: $a_1 = 2$, $a_{(n+1)} = \left(1 + \frac{2}{n}\right) a_n$ pro každé $n \in \mathbb{N}$.
- 6) Dokažte, že platí: $\sqrt{7 + \sqrt{7}} \geq 1 + \sqrt{7 - \sqrt{7}}$.
- 7) Dokažte větu: $\forall x, y \in \mathbb{R} : x^2 + y^2 \leq 2 \Rightarrow |x + y| \leq 2$.
- 8) Dokažte, že v rovnostranném trojúhelníku mají všechny jeho vnitřní body též součet vzdáleností od jeho stran.
- 9) Dokažte, že číslo $\log 7$ je iracionální.
- 10) Dokažte, že pro každé $n \in \mathbb{N}$ platí: 3 dělí $(n^2 + 2) \Rightarrow 3$ nedělí n .