

## VÝBĚROVÁ PŘEDNÁŠKA - POKROČILÁ LINEÁRNÍ ALGEBRA

Přednáška je určena studentům vyšších ( $> 1$ ) ročníků fyziky, matematiky a informatiky (vztah ke kombinatorice, teorii potenciálu, Fourierově transformaci). Navazuje na kurs lineární algebry 1. ročníku a je úvodem do některých z mnoha aplikací tohoto elegantního předmětu v analýze a fyzice. LA není jen o převádění souřadnic tensoru z jedné báze do druhé, o hbitém použití Gaussovy eliminace či výpočtu determinantu  $3 \times 3$  či  $4 \times 4$ . Pojem spektra (samosdruženého) operátoru a jeho vlastnosti jsou ústřední v teoretické fyzice, kolmost je koncept zásadní důležitosti v analýze různých prostorů funkcí (např. polynomů) násobení mnoha matic je úvodem do teorie Markovských procesů a obecněji dráhových integrálů, aritmetika (semi)definitních kvadratických forem prostředkem k detailní analýze úloh teorie potenciálu (pomocí ansámlu náhodných procházek) a navazujícího kalkulu gaussovských měr. Formule pro příslušné determinanty jsou základem vyjádření některých důležitých partičních funkcí statistické fyziky. Atd. Důraz bude kladen zvláště na zmíněné styčné body LA s teorií pravděpodobnosti, statistickou fyzikou, kombinatorikou a analýzou. Ze zcela obecného hlediska tvoří LA přirozený úvod do studia mnohorozměrných systémů. Zmíním i některé základní ideje teorie spekter náhodných matic a také úvod do teorie representací některých význačných Lieových algeber. Zájemce hlavně o geometrické aplikace LA, tedy dimenze typicky  $d = 3$  nebo  $d = 4$  (nikoliv třeba  $d = 10^{30}$  :) však tímto odkazují také na jiné, v tomto směru relevantnější přednášky, které mají k dispozici (podrobnější kurzy Lieových algeber, representace grup a.j.)

Začneme v týdnu od 5. října 2020, úmluvu navrhoji 30. září odpoledne v 14.50 dole v Troji (bude ještě upřesnění v SISu). Prozatímní termín konání přednášky - úterý (případně st,čt) odpoledne - můžeme ještě změnit. Pošlete mailem včas případné požadavky, ať snáze určíme průnik časových možností. Program přednášky bude umístěn na <http://www.karlin.mff.cuni.cz/~mzahrad/informace.htm> a uzpůsobím jej dohodě se zájemci. Úvodních několik přednášek bude na lineárně algebraická téma, v kterých budou hrát roli následující různé kombinatorické objekty: 1) "Stromy" (Kirchhoffova věta): řešení rovnice  $Ax = x$  pro stochastické matici) 2) "Párování" (Pfaffián antisymetrické matici) 3) "Cykly a náhodné procházky" (exponenciála matic, determinant Laplacea) Náhodné procházky a Feynman Kacovy formule budou klíčové i v následujících partiích: 4) Kalkul mnohorozměrných Gaussovských integrálů, Wickovy formule 5) Kvadratické formy Dirichletova typu a základy teorie potenciálu na mřížce. Další téma pak dle zájmu a časových možností: 6) Elementy teorie spektra náhodných matic. 7) Úvod do funkcionální analýzy konečněrozměrných prostorů 8) Úvod do teorie Lieových algeber, žebříkové operátory, kořeny Lieových algeber. Podrobnosti mailem na [mzahradkarlin.mff.cuni.cz](mailto:mzahradkarlin.mff.cuni.cz).

V dalším semestru bude na tento kurs volně navazovat výběrová přednáška "Pravděpodobnost a matematická statistická fyzika". V ní se budu věnovat základům perturbačních technik pro mnohokomponentní systémy až již Isingova typu (s diskrétním "spinem") či pro systémy blízké gaussovským - a příslušné matematické teorii fázových přechodů modelových systémů na mřížce. Jde o tematiku, která nabízí prostor i pro další samostatnou práci případných zájemců.