

NMAI059 Pravděpodobnost a statistika

Domácí úkol 1

Příklad 1. Houbař si nese z lesa v košíku pět hub. Dvě z nich jsou určité jedlé a z ostatních tří je každá smrtelně jedovatá s pravděpodobností 0,1. Manželka večer vybere z košíku náhodně tři houby a ty připraví houbaři k večeři.

- (a) S jakou pravděpodobností houbař večeři nepřežije?
- (b) Jestliže houbař přežil večeři ve zdraví, jaká je pravděpodobnost, že ze zbylých dvou hub v košíku je alespoň jedna jedovatá?

Příklad 2. Ve zbraslavské hasičárně se v rámci výcviku dohodli, že budou trénovat vždy tak dlouho, dokud při útoku nepokoří hranici 22 sekund. Přitom ze zkušenosti vědí, že takto rychlí dokáží být jen s pravděpodobností 0,2.

- (a) Určete rozdělení počtu pokusů, které musí hasiči odběhnout, než se jim podaří jejich záměr (pokud se podaří hned napoprvé čas lepší než 22 sekund, jde o jeden pokus).
- (b) S jakou pravděpodobností budou muset dojet hasiči pro další vodu, jestliže v jejich autě Škoda 706 RTHP CAS 25/3500 je nádrž postačující na pět pokusů?
- (c) Určete střední hodnotu a rozptyl počtu útoků, které zbraslavští hasiči provedou.
- (d) Určete rozdělení počtu nádrží vody, které při tréninku potřebují (jak je uvedeno výše, jedna nádrž stačí na pět pokusů, počítá se i načatá nádrž).

Příklad 3. Po spuštění programu s náhodným vstupem je doba X (v sekundách) do ukončení výpočtu dána rozdělením s hustotou

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{4} \exp(-x/2) & x \geq 0 \\ 0 & x < 0. \end{cases}$$

- (a) Určete pravděpodobnost toho, že výpočet skončí do 2 sekund. *Nápověda: pro $z = 0, 1, 2, \dots$ platí $\int_0^\infty x^z e^{-x} dx = z!$, kde $z!$ je faktoriál ze z .*
- (b) S jakou pravděpodobností bude výpočet trvat od jedné do tří sekund?
- (c) Určete střední hodnotu a rozptyl doby výpočtu.
- (d) Jaké je rozdělení doby výpočtu (náhodné veličiny Y) na výkonnějším počítači, na kterém se doba výpočtu zkrátí o 30 % oproti původní hodnotě X ? *Nápověda: využijte distribuční funkci X k určení distribuční funkce Y .*