1. Klasická pravděpodobnost

1. Házíme postupně čtyřikrát korunovou mincí. Jaká je pravděpodobnost, že padne jednou panna a třikrát orel? Jaká se tato pravděpodobnost změní, když mince není symetrická a pravděpodobnost, že padne panna je 0,4 a že padne orel je 0,6?

2. Jaká je pravděpodobnost, že při hodu 3 kostkami je celkový součet bodů 7?

3. Základy teorie pravděpodobnosti vznikly v korespondenci mezi dvěma slavnými francouzskými matematiky B. Pascalem a P. de Fermatem v roce 1654. Zabývali se mimo jiné problémem, se kterým přišel šlechtic Chevalier de Méré (velký milovník hazardních her). Ze zkušenosti věděl, že je výhodné sázet na to, že při 4 hodech šestistěnnou kostkou padne šestka. Usuzoval, že při 24 hodech dvěmi kostkami bude opět výhodné vsadit na to, že padnou na obou kostkách šestky. Ukázalo se však, že tomu tak není. Spočtěte pravděpodobnost, že při 4 hodech padne aspoň jednou šestka a pravděpodobnost, že při 24 hodech dvěmi kostkami padnou aspoň jednou dvě šestky.

4. Předpokládejme, že dva stejně dobří hráči hrají o peníze sérii her, ve které není remíza. Dohodnou se, že kdo první vyhraje 5 her, získá celou vsazenou sumu peněz. V době, kdy první hráč vyhrál 3 hry a druhý 2 hry, museli svůj souboj přerušit. Jak si mají částku peněz spravedlivě rozdělit?

5. Jaká je pravděpodobnost nejvyšší výhry ve hře Šťastných deset? Je třeba uhodnout 10 čísel, přičemž se táhne 20 čísel z osmdesáti.

6. Ve skříni máme pět párů ponožek (černé, hnědé, bílé, modré a červené). Ponožky jsou pomíchané. Ráno náhodně vytáhneme dvě ponožky. Jaká je pravděpodobnost, že
- a) je mezi nimi černá ponožka,
- b) jedna je bílá a druhá je modrá,
- c) jedna je červená a druhá není hnědá,
- d) obě mají stejnou barvu?

7. Při pokru se rozdává 5 z 52 karet. Je větší pravděpodobnost, že dostaneme postupku (tj. pět po sobě jdoucích karet ne nutně stejné barvy) nebo full house (tj. trojici a dvojici karet stejných hodnot)?

8. Ve třídě je n studentů. Jaká je pravděpodobnost, že existuje dvojice, která má narozeniny stejný den v roce? Jaká je pravděpodobnost, že existuje student, který má narozeniny právě dnes? Pro jednoduchost neuvažujte přestupné dny a předpokládejte, že se během celého roku děti rodí rovnoměrně.

9. Házíme postupně šesti šestistěnnými kostkami. Jak velká je pravděpodobnost, že výsledná posloupnost obdržených bodů je monotonní?

10. Sekretářka má n různých dopisů a stejný počet obálek určený různým adresátům. Dopisy vkládá do obálek náhodně. Určete pravděpodobnost, že
- a) všechny dopisy se dostanou do správné obálky,
- b) právě dva dopisy budou ve špatné obálce,
- c) aspoň jeden dopis se dostane do správné obálky.

2. Nezávislost, podmíněná pravděpodobnost

1. V osudí je a bílých koulí a b černých koulí. Vytáhneme jednu kouli, zaznamenáme její barvu a zase ji do osudí vrátíme. Po promíchání opět vytáhneme jednu kouli. Nechť náhodný jev A znamená, že první vytažená koule je bílá a jev B, že druhá vytažená koule je bílá. Jsou jevy A a B nezávislé? Jak je tomu v případě, kdy první vytaženou kouli do osudí nevracíme?

2. Házíme dvěmi hracími kostkami. Jev A znamená, že na první kostce padlo liché číslo, jev B znamená, že na druhé kostce padlo sudé číslo, jev C znamená, že součet obou čísel je lichý. Jsou náhodné jevy A, B, C nezávislé? Jsou náhodné jevy A, B, C po dvou nezávislé?

3. Určitý člověk navštívil během dne 4 obchody. V každém obchodě s pravděpodobností $\frac{1}{4}$ zapomněl deštník. Domů přišel bez deštníku. Jaká je pravděpodobnost, že ho zapomněl ve čtvrtém obchodě?

4. Házíme dvěmi šestistěnnými kostkami. Jaká je podmíněná pravděpodobnost toho, že na jedné kostce padne šestka za podmínky, že celkový součet je 8?

5. Při karetní hře jsou na stole 4 karty (2 esa a 2 králové). Soupeř si vybere 2 karty (zbylé dvě zůstanou skryté) a prohlásí, že má alespoň jedno eso. Jaká je pravděpodobnost, že má 2 esa? Změnila by se tato pravděpodobnost, pokud by řekl, že má srdcové eso?

6. První dítě z dvojčat je chlapec. Jaká je pravděpodobnost toho, že i druhé dítě je chlapec, jestliže je u dvojčat pravděpodobnost narození dvou chlapců rovna p, dvou děvčat rovna q a u dvojčat obojího pohlaví je pravděpodobnost dřívějšího narození stejná pro obě pohlaví?

7. V osudí je 8 koulí (5 bílých a 3 černé). Vytáhneme postupně dvě koule (nevracíme je zpět do osudí). Určete pravděpodobnost, že právě jedna z dvou vytažených koulí je bílá (zkuste přitom využít vzorce pro úplnou pravděpodobnost).

8. Cestovatel přijede do města, kde je 30% lhářů, 15% náladových a 55% normálních lidí. Lháři lžou s pravděpodobností 0,9. Normální lidi mluví s pravděpodobností 0,75 pravdu. Náladoví lidé v polovině případů lžou a v polovině říkají pravdu. Cestovatel potkal jednoho z obyvatel města a zeptal se ho, jestli je normální. Jaká je pravděpodobnost, že mu cizinec odpoví, že je normální?

9. Ve třídě je 70% procent chlapců a 30% dívek. Dlouhé vlasy má 10% chlapců a 80% dívek. Náhodně vybraná osoba má dlouhé vlasy. Jaká je pravděpodobnost, že je to dívka?

10. V dílně pracuje 10 dělníků, kteří za směnu vyrobí stejný počet výrobků. Skupina A pěti dělníků vyrobí 96% standardních, skupina B tří dělníků 90% a skupina C dvou dělníků jen 85% standardních výrobků. Všechny výrobky jsou uložené ve skladu. Náhodně jsme vybrali jeden výrobek a zjistili, že je standardní. Jaká je pravděpodobnost, že ho vyrobila skupina A pěti dělníků?

3. Některé klasické modely, geometrická pravděpodobnost

1. **(Maxwellův-Boltzmannův model)** Mějme k koulí očíslovaných $1, 2, \ldots, k$ a n přihrádek. Každou kouli náhodně vhodíme do jedné z přihrádek. Jaká je pravděpodobnost, že v první přihrádce je právě m koulí?

2. **(Boseův-Einsteinův model)** Do vlaku s n vagóny nastoupilo k cestujících ($k \geq n$), kteří si zvolili vagóny náhodně. Určete pravděpodobnost, že do každého vagónu nastoupil alespoň 1 cestující.

3. **(Pólyovo urnové schéma)** Mějme urnu s a bílými a b černými koulemi. Z urny vytáhneme kouli, vrátíme ji zpět do urny a přidáme δ koulí stejné barvy. Tento postup opakujeme n-krát. Jaká je pravděpodobnost, že mezi taženými koulemi je m bílých a $n - m$ černých?

4. Dvě osoby A a B si smluvili schůzku na daném místě v neurčitém čase mezi 12:00 a 13:00. Každý z nich je ochoten čekat na druhého maximálně 10 minut. Předpokládáme, že přijdou nezávisle na sobě a okamžiky příchodu jsou stejně možné kdykoliv během uvedené hodiny. Určete pravděpodobnost, že se opravdu sejdou.

5. Na úsečce délky l jsou náhodně umístěny 2 body. S jakou pravděpodobností lze z takto vzniklých tří úseček sestrojit trojúhelník?

6. **(Buffonova úloha)** V rovině jsou narýsovány rovnoběžky vzdalené od sebe o d. Na tuto rovinu je vržena úsečka délky l ($l < d$). Určete pravděpodobnost toho, že úsečka protne některou z rovnoběžek.

4. Náhodná veličina

1. Předpokládejme, že X má diskrétní rozdělení takové, že platí $P(X = k) = ck^2$ pro $k = 1, 2, 3$ a $P(X = k) = 0$ jinak. Spočtěte
   a) hodnotu c,
   b) $P(X \geq 2)$,
   c) $P(X \in \{1, 3\})$.

2. Nechť X má binomické rozdělení s parametry $n = 4$ a $p = \frac{2}{3}$. Označme $Y = (X - 2)^2$. Určete rozdělení Y (tj. jakých hodnot a s jakou pravděpodobností veličina Y nabývá) a nakreslete její kvantilovou funkci.

3. **(Poissonova věta)** Nechť náhodná veličina X_n má binomické rozdělení s parametry (n, p_n), nechť $p_n \in (0, 1)$ tak, že $\lim_{n\to\infty} np_n = \lambda$, kde $\lambda \in (0, \infty)$. Ukažte, že

$$\lim_{n\to\infty} P(X_n = k) = \mathrm{e}^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}, \quad \text{pro } k = 0, 1, \ldots.$$

4. V urně je 8 bílých a 6 černých koulí. Vytáhneme 5 koulí (bez vracení). Určete rozdělení počtu vytažených bílých koulí.

5. Náhodná veličina X má exponenciální rozdělení s parametrem λ. Určete rozdělení náhodné veličiny $Y = [X]$, kde $[x]$ značí celou část čísla x.

6. Náhodná veličina X má distribuční funkci

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x \leq 0, \\ cx^2 & \text{pro } 0 \leq x < 1, \\ 1 & \text{pro } x \geq 1. \end{cases}$$

Jaké hodnoty může nabývat konstanta c?

7. Rozhodněte, které z následujících funkcí jsou hustotami:
   a) cx pro $x \in (0, 1)$,
   b) cx pro $x \in (-1, 2)$,
   c) $cx \sin x$ pro $x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$,
   d) $c\mathrm{e}^{x}$ pro $x \in (0, \infty)$,
   e) $c\mathrm{e}^{-x}$ pro $x \in (0, \infty)$,
   f) $\frac{c}{1+x^2}$.

Mimo vymezený interval je nabízená funkce vždy rovna nule a c je vhodná konstanta. Pokud daná funkce je hustotou, tuto konstantu určete.

8. Dokažte, že exponenciální rozdělení je rozdělení „bez paměti". To znamená, že pro náhodnou veličinu X, která má exponenciální rozdělení s parametrem λ, platí

$$P(X \geq x + y \mid X \geq x) = P(X \geq y), \quad \forall x, y > 0.$$

9. Určete kvantilovou funkci náhodné veličiny dané hustotou

$$f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{pro } 0 < x < \frac{\pi}{2}, \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases}$$

10. Nechť X má rovnoměrné rozdělení na intervalu $(-1, 1)$. Určete distribuční funkci náhodné veličiny $Y = X^2$ a spočtěte $P(\frac{1}{4} \leq Y < \frac{3}{4})$.

5. Náhodný vektor

1. Z urny obsahující 2 bílé koule a 2 černé koule vybíráme za sebou s vracením 2 koule. Definujeme náhodné veličiny X_1, X_2 následovně:

$$X_1 = \begin{cases} 1 & \text{jestliže první tažená koule je bílá,} \\ 0 & \text{jestliže první tažená koule je černá,} \end{cases}$$

$$X_2 = \begin{cases} 1 & \text{jestliže druhá tažená koule je bílá,} \\ 0 & \text{jestliže druhá tažená koule je černá.} \end{cases}$$

Určete distribuční funkci vektoru (X_1, X_2) a zjistěte, zda jsou náhodné veličiny X_1 a X_2 nezávislé.

2. Házíme třikrát mincí. Označme X počet líců v prvních dvou hodech a Y počet rubů v posledních dvou hodech. Určete sdružené rozdělení vektoru (X, Y). Jsou náhodné veličiny X a Y nezávislé?

3. Hodíme šestistěnnou kostkou a označíme X počet ok na kostce vydělený dvěma a zaokrouhlený nahoru. Potom hodíme X-krát mincí a počet orlů označíme Y. Najděte sdružené rozdělení vektoru (X, Y) a odtud marginální rozdělení veličiny Y.

4. Ve městě je k hospod, n lidí si náhodně vybírá nezávisle na sobě jednu hospodu, kterou navštíví. Pravděpodobnost, že si vyberou j-tou hospodu je pro všechny lidi stejná a rovna p_j, přitom $\sum_{j=1}^{k} p_j = 1$. Určete sdružené rozdělení počtu lidí v jednotlivých hospodách a marginální rozdělení počtu lidí v jedné zvolené hospodě (například v první).

5. Uvažujme hod dvěma hracími kostkami. Označme X celkový počet ok na obou kostkách a Y absolutní hodnotu rozdílu těchto počtů. Určete sdružené rozdělení náhodných veličin X, Y. Jsou tyto veličiny nezávislé? Najděte marginální rozdělení náhodných veličin X a Y.

6. Dvojice součástek má dobu života popsánu sdruženou hustotou

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2}\mathrm{e}^{-x-y/2} & \text{pro } x > 0, y > 0, \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases}$$

a) Jaká je pravděpodobnost toho, že druhá součástka přežije první?
b) Jaká je pravděpodobnost toho, že první součástka alespoň dvakrát přežije druhou součástku?
c) Určete distribuční funkci náhodné veličiny $Z = X + Y$.
d) Určete distribuční funkci náhodné veličiny $W = X - Y$.

6. Střední hodnota

1. Geometrické rozdělení s parametrem $p \in (0, 1)$ je dáno pravděpodobnostmi $P(X = k) = p(1-p)^k$, $k = 0, 1, 2, \ldots$. Ověřte, že součet těchto pravděpodobností je skutečně roven 1 a spočtěte střední hodnotu. *Návod:* Užijte vztahů $\sum_{k=0}^{\infty} x^k = \frac{1}{1-x}$ a $\sum_{k=0}^{\infty} kx^{k-1} = \frac{1}{(1-x)^2}$ pro $0 < x < 1$.

2. Náhodná veličina nabývá hodnot $k = 1, 2, \ldots, n$ s pravděpodobností, která je úměrná k. Určete střední hodnotu takové náhodné veličiny.
Návod: Využijte vztahu $\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$.

3. Nechť X má normované normální rozdělení $N(0, 1)$. Spočtěte $\mathrm{E}\mathrm{e}^{X^2/4}$.

4. Náhodná veličina X má hustotu $f(x) = \frac{1}{2}\sin x$, $0 < x < \pi$. Spočtěte její distribuční funkci a střední hodnotu.

5. Náhodná veličina X má hustotu $f(x) = 3x^2$, $0 < x < 1$. Určete $\mathrm{E}\frac{1}{X}$.

6. Náhodný vektor (X, Y) má hustotu

$$f(x, y) = \begin{cases} cxy\mathrm{e}^{-(x^2+y^2)} & \text{pro } x \geq 0, y \geq 0 \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases}$$

Určete c tak, aby f byla hustota. Spočtěte hustotu X a hustotu Y. Jsou náhodné veličiny X a Y nezávislé? Spočtěte $\mathrm{E}(X^2 + Y^2)$.

7. Další charakteristiky

1. Nechť náhodná veličina X má Poissonovo rozdělení s parametrem λ. Spočtěte $\mathrm{E}X(X-1)\cdots(X-k+1)$, kde k je nějaké přirozené číslo. Využijte tento výsledek k výpočtu střední hodnoty, rozptylu a třetího centrálního momentu $\mathrm{E}(X-\mathrm{E}X)^3$.

2. Nechť $X_1, X_2, \ldots, X_n$ jsou nezávislé náhodné veličiny, které mají všechny stejné rozdělení $P(X_i = 1) = p$, $P(X_i = -1) = 1-p$, kde $0 < p < 1$ je daný reálný parametr. Definujme náhodnou veličinu $Y = \sum_{i=1}^{n} X_i$. Určete rozdělení Y, střední hodnotu $\mathrm{E}Y$ a rozptyl $\operatorname{var} Y$.

3. Nechť $X_1, X_2, \ldots, X_n$ jsou nezávislé náhodné veličiny s rovnoměrným rozdělením na $(0,1)$. Označme

$$U = \max_{1\le i\le n} X_i, \qquad V = \min_{1\le i\le n} X_i.$$

Stanovte distribuční funkce a hustoty náhodných veličin U a V. Určete $\mathrm{E}U$, $\operatorname{var} U$, $\mathrm{E}V$, $\operatorname{var} V$.

4. Nechť X, Y jsou nezávislé náhodné veličiny, X má exponenciální rozdělení s parametrem $\lambda > 0$ a Y má rovnoměrné rozdělení na $(0,\theta)$, $\theta > 0$. Určete rozptyl součtu $X+Y$.

5. Náhodná veličina X má rovnoměrné rozdělení
a) na intervalu $(0,2)$,
b) na intervalu $(-1,1)$.
Označme $Y = X^2$. V obou případech spočtěte kovarianci a korelační koeficient veličin X a Y.

6. Určete korelační koeficient složek náhodného vektoru (X,Y), který má rovnoměrné rozdělení v trojúhelníku ohraničeném přímkami $x=0$, $y=0$, $x+y=1$ (uvnitř tohoto trojúhelníku je hustota rovna vhodné konstantě, jinak je hustota nulová).

8. Konvoluce, některá rozdělení

1. Náhodné veličiny X, Y jsou nezávislé a obě mají Poissonovo rozdělení: X s parametrem λ_1 a Y s parametrem λ_2. Určete rozdělení součtu $Z = X+Y$.

2. Určete hustotu součtu nezávislých náhodných veličin X a Y, jestliže X má rovnoměrné rozdělení na intervalu $(0,1)$ a Y má hustotu

$$f(y) = \begin{cases} 2y & \text{pro } y \in (0,1), \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases}$$

3. Nechť $X_1, \ldots, X_n$ jsou nezávislé stejně rozdělené náhodné veličiny s normovaným normálním rozdělením $N(0,1)$. Náhodná veličina $Z_n = \sum_{i=1}^{n} X_i^2$ má χ^2-rozdělení o n stupních volnosti. Spočtěte střední hodnotu a rozptyl Z_n.
Návod: Pro výpočet rozptylu využijte toho, že $\mathrm{E}X_1^4 = 3$.

4. S využitím toho, že střední hodnota F-rozdělení s k a m stupni volnosti je $\frac{m}{m-2}$ (pro $m > 2$), určete rozptyl náhodné veličiny se Studentovým t-rozdělení o n stupních volnosti ($n > 2$).

5. Označme $U = \frac{X}{\sqrt{Y}}$, kde X, Y jsou nezávislé náhodné veličiny, X má normované normální rozdělení a Y má χ^2-rozdělení o n stupních volnosti. Určete $\operatorname{var} U$.

9. Asymptotické vlastnosti

1. Házíme stokrát šestistěnnou kostkou. Určete přibližnou hodnotu pravděpodobnosti, že výsledný součet leží v intervalu $(320, 380)$.

2. Nechť ν_n značí poměrnou četnost líců v n hodech mincí (mince je symetrická a hody provádíme nezávisle). Zjistěte kolik musíme provést hodů, aby pravděpodobnost jevu $|\nu_n - \frac{1}{2}| \le 0{,}05$ byla nejméně 0,95,
a) řešte pomocí Čebyševovy nerovnosti,
b) řešte pomocí centrální limitní věty.

3. Mějme náhodný pokus, který skončí s pravděpodobností $p = 0{,}3$ úspěchem a s pravděpodobností $q = 0{,}7$ neúspěchem. Označme ν_n poměrnou četnost úspěchů v n pokusech (tj. počet úspěšných pokusů vydělený počtem všech pokusů). Pomocí aproximace normálním rozdělením určete kolik musíme provést pokusů, aby pravděpodobnost, že ν_n se neliší od p o víc než 0,01, byla alespoň 0,9.

4. Pojišťovna pojišťuje 1000 lidí stejného věku. Pravděpodobnost úmrtí během roku je pro každého z nich 0,01. Každý pojištěnec zaplatí 150 korun. V případě úmrtí vyplatí rodině 10 000 korun. Jaká je pravděpodobnost, že pojišťovna utrpí ztrátu? Použijte centrální limitní větu!

5. Jaká je pravděpodobnost, že při 10 000 hodech symetrickou mincí padne rub více než 4 900 krát? Použijte centrální limitní větu!

10. Testování hypotéz

1. Během 16 červencových dnů byly naměřeny následující teploty:

22	26	28	24	27	20	29	32
28	21	25	27	26	28	30	22

Testujte hypotézu, že průměrná teplota v červenci je 25^oC. Volte hladinu testu $\alpha = 0{,}05$.

2. Dle výrobce má mít auto na 100 km průměrnou spotřebu 9 l. U 20 náhodně vybraných aut byla zjištěna následující spotřeba:

8.8	8.9	9.0	8.7	9.3	9.0	8.7	8.8	9.4	8.6
8.9	9.2	9.4	8.9	9.1	8.8	9.4	9.3	9.1	8.9

Potvrzují naměřené hodnoty tvrzení výrobce? Volte hladinu testu $\alpha = 0{,}05$.

3. U několika leváků byla měřena síla stisku levé a pravé ruky.

Levá	140 90 125 130 95 121 85 97 131 110
Pravá	138 87 110 132 96 120 86 90 129 100

Potvrzují data domněnku, že levá ruka je silnější?

4. Má se rozhodnout, zda se u osobního automobilu určité značky při správném seřízení geometrie vozu sjíždějí obě přední pneumatiky stejně rychle. Bylo proto vybráno 6 nových vozů a po určité době bylo zjištěno, o kolik milimetrů se sjely jejich pravé a levé přední pneumatiky.

Číslo automobilu	1	2	3	4	5	6
Pravá pneumatika	1,8	1,0	2,2	0,9	1,5	1,6
Levá pneumatika	1,5	1,1	2,0	1,1	1,4	1,4

Lze na základě získaných dat zamítnout hypotézu, že se obě přední pneumatiky sjíždějí stejně rychle?

5. Ve třídě byly zjištěny následující výšky žáků.

Chlapci	130 140 136 141 139 133 149 151 139 136 138 142 127 139 147
Dívky	135 141 143 132 146 146 151 141 141 131 142 141

Testujte, zda chlapci a dívky jsou v průměru stejně vysocí. Volte $\alpha = 0{,}05$.

6. Sleduje se účinek dvou protikorozních látek. První byla použita ve 20 případech, druhá ve 25 případech. Po stanovené době byl zjištěn stupeň poškození s těmito výsledky:

$$\bar{X}_1 = 82{,}4, \quad s_1^2 = 12, \quad \bar{X}_2 = 80, \quad s_2^2 = 10.$$

Ověřte hypotézu, že obě látky jsou stejně účinné. Volte hladinu $\alpha = 0{,}05$! Jaký závěr by byl na hladině $\alpha = 0{,}01$? Doplňte předpoklady!

7. Bylo zjišťováno IQ u 11 chlapců a 10 dívek. Aritmetický průměr a výběrový rozptyl byl následující:

	průměr	rozptyl
chlapci	104,55	150,1
dívky	114,3	112,7

Umožňují nám data prohlásit, že chlapci i dívky mají v průměru stejné IQ? Jaká by byla situace v případě, kdybychom chtěli ověřit, zda dívky mají v průměru větší IQ? Volte hladinu $\alpha = 0{,}05$.

11. Lineární regrese

1. Při různých teplotách byl naměřen následující obsah křemíku v surovém železe.

Teplota	1300	1320	1340	1360	1380	1400	1420	1440	1460	1480	1500
Obsah (v %)	0,3	0,29	0,35	0,28	0,38	0,42	0,47	0,51	0,62	0,68	0,7

Předpokládejte, že podíl křemíku závisí lineárně na teplotě. Odhadněte parametry metodou nejmenších čtverců.

2. Prodej daného výrobku byl následující (v tis.)

1996	30
1997	34
1998	39
1999	47
2000	53
2001	57
2002	65

Na základě regresní přímky odhadněte prodej v letech 2003 a 2004.

3. Zjišťovalo se, kolik mg kyseliny mléčné je ve 100 ml krve u matek prvorodiček (hodnoty x_i) a u jejich novorozenců (hodnoty Y_i) těsně po porodu. Získané výsledky jsou uvedeny v tabulce.

x_i	40	64	34	15	57	45
Y_i	33	46	23	12	56	40

Předpokládejme platnost modelu jednoduché lineární regrese. Testujte hypotézu, že koncentrace kyseliny mléčné u matky neovlivňuje koncentraci této kyseliny u jejich novorozenců.

4. Při běžeckých testech byl kromě dosaženého času (v sekundách) zaznamenán i věk a hmotnost daného člověka.

Čas	Věk	Hmotnost
481	37	84
297	24	65
359	31	73
313	26	76
438	42	69
419	19	82
386	33	74
463	49	81

Vyšetřete závislost dosaženého času na dvojici veličin hmotnost a věk.

12. Analýza rozptylu

1. Máme čtyři různé odrůdy pšenice, u nichž jsme zjistili následující výnosy.

Odrůda	Výnosy					
A	17,0	17,2	16,1	17,0	16,8	
B	15,8	17,0	16,4			
C	17,4	16,6	16,2	15,6	15,5	17,2
D	15,7	16,8	15,1	15,2		

Lze prokázat rozdílnou výnosnost jednotlivých odrůd?

2. U 5 psů bylo provedeno 6 různých pokusů, ve kterých se měřila doba od podnětu do počátku vylučování slin.

Pes	1. pokus	2. pokus	3. pokus	4. pokus	5. pokus	6. pokus
1	6	4	9	8	15	12
2	9	7	3	4	11	14
3	6	8	10	14	13	15
4	2	3	7	4	9	11
5	6	5	4	10	14	9

Liší se psi svou schopností reagovat na podnět? Je rozdíl mezi jednotlivými pokusy?

13. Testy dobré shody

1. Sto vybraných lidí určilo svou oblíbenou číslici.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3	14	9	19	10	7	8	17	5	8

Posuďte, zda je některá číslice preferována.

2. Každé z 50 kuřat mělo 6 vajíček cizopasníka. Po jednom měsíci byl v každém kuřeti zjištěn počet červů.

počet červů	0	1	2	3	4	5	6
počet kuřat	9	12	14	11	3	1	0

Rozhodněte, zda se získané údaje shodují s binomickým rozdělením a odhadněte jeho parametr.