

Zápočtová písemka STP038 – 8. 1. 2007

1. V jisté bance jsou otevřeny dvě přepážky. Do banky náhodně a nezávisle přicházejí zákazníci. V průměru přichází 20 zákazníků za hodinu. Pokud není u některé přepážky volno, zařadí se do fronty, která je společná pro obě přepážky. Přičemž zákazník, který by se musel do fronty zařadit jako třetí, odchází neobsloužen. U obou přepážek je doba obslužení průměrně 4 minuty. Předpokládejme, že doba obsluhy má exponenciální rozdělení. Označme $\{X_t\}$ počet zákazníků, kteří jsou v čase t v bance (ve frontě a u přepážek dohromady).
- Najděte matici intenzit Markovova řetězce $\{X_t, t \geq 0\}$.
 - Určete limitní rozdělení počtu zákazníků v bance.
 - Spočtete střední počet zákazníků ve frontě v ustáleném provozu (tj. při limitním rozdělení).
2. Uvažujme Markovův řetězec s maticí intenzit

$$Q = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 2 & -3 & 1 & 0 & 0 & \dots \\ 3 & 0 & -4 & 1 & 0 & \dots \\ 4 & 0 & 0 & -5 & 1 & \ddots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots \end{pmatrix}.$$

Rozhodněte, zda v tomto řetězci existuje stacionární řešení. Pokud ano, tak ho určete.