

Zápočtová písemka STP039 – 17. 5. 2007

1. Pomocí Yuleových-Walkerových rovnic určete autokovarianční funkci posloupnosti $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$, která je definovaná předpisem

$$X_t - \frac{1}{2}X_{t-1} + \frac{1}{25}X_{t-2} = Y_t, \quad t \in \mathbb{Z},$$

kde $\{Y_t, t \in \mathbb{Z}\}$ je bílý šum s nulovou střední hodnotou a rozptylem σ^2 . (5 bodů)

Poznámka: Rozptyl $R(0)$ nemusíte vyčíslovat. Stačí, když uvedete, jak by se spočítal.

2. Nechť posloupnost $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$ se řídí ARMA(1,1) modelem definovaným rovnicí

$$X_t + 0,7X_{t-1} = Y_t + 0,3Y_{t-1}, \quad t \in \mathbb{Z},$$

kde $\{Y_t, t \in \mathbb{Z}\}$ je bílý šum s nulovou střední hodnotou a rozptylem σ^2 .

- Vyjádřete $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$ jako kauzální lineární proces. (2 body)
- Spočtete autokovarianční funkci posloupnosti $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$. (3 body)
- Posloupnost $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$ je invertibilní, tj. existuje posloupnost konstant $\{d_k, k \in \mathbb{N}_0\}$ taková, že $\sum_{k=0}^{\infty} |d_k| < \infty$ a $Y_t = \sum_{k=0}^{\infty} d_k X_{t-k}$. Pomocí tohoto vyjádření najděte předpověď prvků X_{n+1} , X_{n+2} na základě minulých pozorování X_n, X_{n-1}, \dots (3 body)
- Určete chybu predikce prvku X_{n+1} . (2 body)