

## Zápočtová písemka STP039 – 23. 5. 2007

1. Pomocí Yuleových-Walkerových rovnic určete autokovarianční funkci posloupnosti  $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$ , která je definovaná předpisem

$$X_t - \frac{2}{3}X_{t-1} + \frac{4}{9}X_{t-2} = Y_t, \quad t \in \mathbb{Z},$$

kde  $\{Y_t, t \in \mathbb{Z}\}$  je bílý šum s nulovou střední hodnotou a rozptylem  $\sigma^2$ . (5 bodů)

*Poznámka:* Rozptyl  $R(0)$  nemusíte vyčíslovat. Stačí, když uvedete, jak by se spočítal.

2. Nechtě posloupnost  $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$  se řídí ARMA(2,1) modelem definovaným rovnicí

$$X_t - 0,7X_{t-1} + 0,1X_{t-2} = Y_t - 0,3Y_{t-1}, \quad t \in \mathbb{Z},$$

kde  $\{Y_t, t \in \mathbb{Z}\}$  je bílý šum s nulovou střední hodnotou a rozptylem  $\sigma^2$ .

- a) Vyjádřete  $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$  jako kauzální lineární proces. (2 body)  
b) Spočtete autokovarianční funkci posloupnosti  $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$ . (3 body)
3. Nechtě  $\{Y_t, t \in \mathbb{Z}\}$  je bílý šum s nulovou střední hodnotou a rozptylem  $\sigma^2$ . Definujme posloupnost  $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$  pomocí filtrace posloupnosti  $\{Y_t, t \in \mathbb{Z}\}$ :

$$X_t = \frac{1}{3}(4Y_{t+1} + Y_t - 2Y_{t-1}).$$

- a) Spočtete autokovarianční funkci posloupnosti  $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$ . (2 body)  
b) Určete přenosovou funkci filtru a spektrální hustotu posloupnosti  $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$ . (3 body)