

Zápočtová písemka NSTP039 – 27. 3. 2008

1. Nechť $\{N_t, t > 0\}$ je Poissonův proces s intenzitou λ . Definujme náhodný proces $X_t = \frac{1}{t}N_t, t > 0$.
 - a) Zjistěte, zda $\{X_t, t > 0\}$ je slabě stacionární proces a určete jeho autokovarianční funkci. (2 body)
 - b) Zjistěte, jestli jde o proces spojitý podle středu. (1 bod)
 - c) Rozhodněte, jestli existuje derivace procesu podle středu. (2 body)
 - d) Rozhodněte, zda existuje Riemannův integrál procesu na intervalu $[a, b] \subseteq (0, \infty)$. (1 bod)
2. Uvažujme náhodnou posloupnost $X_t = \rho \cos(\gamma t + V), t \in \mathbb{Z}$, kde γ a ρ jsou reálné konstanty, V je reálná náhodná veličina s rovnoměrným rozdělením na $[0, 2\pi]$.
 - a) Zjistěte, zda je $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$ slabě stacionární a určete autokovarianční funkci. (3 body)
 - b) Určete spektrální distribuční funkci a spektrální hustotu (pokud existuje). (3 body)
3. Uvažujme centrovaný slabě stacionární proces $\{X_t, t \in \mathbb{R}\}$, který je spojitý podle středu a má spektrální hustotu tvaru

$$f(\lambda) = \begin{cases} c & \text{pro } \lambda \in (0, a), \\ 0 & \text{jinak,} \end{cases}$$

kde c a a jsou kladné reálné konstanty. Určete autokovarianční funkci procesu $\{X_t, t \in \mathbb{R}\}$. (4 body)