# Zápočtová písemka NSTP198 – 1. 12. 2010

**1.** Nechť Markovův řetězec má matici pravděpodobností přechodu

$$\mathbb{P} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Klasifikujte jeho stavy a určete stacionární rozdělení. (4 body)

**2.** Mějme Markovův řetězec s maticí pravděpodobností přechodu

$$\mathbb{P} = \begin{pmatrix} 1/3 & 0 & 2/3 & 0 \\ 1/4 & 1/4 & 0 & 1/2 \\ 3/4 & 0 & 1/4 & 0 \\ 1/6 & 1/3 & 1/6 & 1/3 \end{pmatrix}.$$

Klasifikujte stavy řetězce a určete pravděpodobnosti absorpce do množiny trvalých stavů. (4 body)

**3.** Nechť $\{Y_n, n \in \mathbb{N}_0\}$ je posloupnost nezávislých náhodných veličin takových, že $P(Y_n = -1) = P(Y_n = 0) = P(Y_n = 1) = 1/3$ pro každé $n \in \mathbb{N}_0$. Nechť $X_0 = \max(0, Y_0)$ a $X_n = \max(0, X_{n-1} + Y_n)$ pro $n \in \mathbb{N}$.

a) Přesvědčte se, že $\{X_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ tvoří homogenní Markovův řetězec. (0 bodů)

b) Určete matici pravděpodobností přechodu. (1 bod)

c) Najděte stacionární rozdělení (pokud existuje). (2 body)

d) Klasifikujte stavy řetězce. (2 body)

e) Spočtěte absolutní pravděpodobnosti po jednom kroku, tj. určete rozdělení $X_1$. (1 bod)