

## Zápočtová písemka NSTP199 – 11. 5. 2011

1. Nechť  $\{Y_t, t \in \mathbb{Z}\}$  je bílý šum s nulovou střední hodnotou a rozptylem  $\sigma^2$ . Definujme náhodnou posloupnost  $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$  předpisem

$$X_t = Y_t - 0,5Y_{t-2}, \quad t \in \mathbb{Z}.$$

- Spočtěte autokovarianční funkci a spektrální hustotu náhodné posloupnosti  $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$ . (3 body)
- Vyjádřete  $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$  jako invertibilní proces, nalezněte předpověď prvků  $X_{n+k}$ ,  $k \in \mathbb{N}$ , znáte-li celou historii posloupnosti  $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$  do času  $n$  včetně, a určete chyby predikce. (4 body)

2. Nechť náhodná posloupnost  $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$  se řídí ARMA(2,1) modelem podle rovnice

$$X_t - 0,2X_{t-1} - 0,24X_{t-2} = Y_t + 0,2Y_{t-1},$$

kde  $\{Y_t, t \in \mathbb{Z}\}$  je bílý šum s nulovou střední hodnotou a rozptylem  $\sigma^2$ .

- Vyjádřete tuto posloupnost jako kauzální lineární proces. (2 body)
- Sestavte Yuleovy-Walkerovy rovnice. (2 body)
- Určete autokovarianční funkci posloupnosti. (3 body)