Zápočtová písemka NSTP198 – 9. 1. 2012

1. Kapacita podzemního parkoviště obchodního domu je 100 vozů. Na parkoviště přijíždí vůz v průměru každých 5 minut; je-li obsazeno, vůz nečeká a odjíždí. Průměrná doba, kterou vůz parkuje, je jedna hodina. Doby mezi příjezdy na parkoviště i doby parkování jsou nezávislé náhodné veličiny s exponenciálním rozdělením. Označme X_t počet vozů parkujících v čase $t \geq 0$.

a) Určete matici intenzit Markovova řetězce $\{X_t, t \geq 0\}$. (2 body)

b) Najděte stacionární rozdělení (pokud existuje). (3 body)

c) Rozhodněte, zda je střední počet vozů na parkovišti v ustáleném provozu (tj. při stacionárním rozdělení) větší než 12. (1 bod)

2. Uvažujme Markovův řetězec s maticí intenzit

$$Q = \begin{pmatrix} -p & p & 0 \\ pq & -p & p^2 \\ p^2 & pq & -p \end{pmatrix},$$

kde $0 < p < 1$ a $q = 1 - p$.

a) Určete matici pravděpodobností přechodu ve vnořeném diskrétním řetězci. (1 bod)

b) Najděte stacionární rozdělení ve vnořeném diskrétním řetězci. (1 bod)

c) Najděte stacionární rozdělení v řetězci s maticí intenzit Q. (1 bod)

3. Uvažujme poštu, ve které jsou v provozu tři přepážky. U každé přepážky má doba obsluhy klienta exponenciální rozdělení se střední hodnotou 5 minut, doby obsluhy jsou nezávislé. Příchody klientů tvoří Poissonův proces. Pokud jsou všechny přepážky obsazeny, řadí se zákazníci do jedné společné fronty, která může být libovolně dlouhá. Zákazníci přicházejí na poštu v průměru každé dvě minuty. Najděte limitní rozdělení počtu klientů (u přepážek a ve frontě dohromady). (5 bodů)