

Zápočtová písemka NMSA409 – 8. 1. 2014 (varianta A)

1. Nechť náhodná posloupnost $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$ se řídí ARMA(2,1) modelem podle rovnice

$$X_t - 0,7X_{t-1} + 0,1X_{t-2} = Y_t - 0,3Y_{t-1}, \quad t \in \mathbb{Z},$$

kde $\{Y_t, t \in \mathbb{Z}\}$ je bílý šum s nulovou střední hodnotou a rozptylem σ^2 .

- Vyjádřete tuto posloupnost jako kauzální lineární proces. (4 body)
- Sestavte Yuleovy-Walkerovy rovnice. (2 body)
- Určete autokovarianční funkci posloupnosti. (5 bodů)
Pozn.: Složitější zlomky není nutné upravovat na základní tvar.
- Vyjádřete tuto posloupnost jako invertibilní proces. (3 body)
- Najděte předpovědi prvků X_{n+1} a X_{n+2} , znáte-li celou historii posloupnosti $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$ do času n včetně. (2 body)
- Určete chyby predikce prvků X_{n+1} a X_{n+2} . (2 body)

2. Náhodná posloupnost $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$ je dána předpisem

$$X_t = 0,8X_{t-1} + Y_t, \quad t \in \mathbb{Z},$$

kde $\{Y_t, t \in \mathbb{Z}\}$ je bílý šum $WN(0, \sigma^2)$. Předpokládejme, že jsou známy hodnoty X_1, X_2 a X_3 . Určete předpovědi prvků X_{k+3} pro $k \in \mathbb{N}$. (3 body)

Zápočtová písemka NMSA409 – 8. 1. 2014 (varianta B)

1. Nechť náhodná posloupnost $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$ se řídí ARMA(2,1) modelem podle rovnice

$$X_t - 0,7X_{t-1} + 0,1X_{t-2} = Y_t + 0,3Y_{t-1}, \quad t \in \mathbb{Z},$$

kde $\{Y_t, t \in \mathbb{Z}\}$ je bílý šum s nulovou střední hodnotou a rozptylem σ^2 .

- Vyjádřete tuto posloupnost jako kauzální lineární proces. (4 body)
- Sestavte Yuleovy-Walkerovy rovnice. (2 body)
- Určete autokovarianční funkci posloupnosti. (5 bodů)
Pozn.: Složitější zlomky není nutné upravovat na základní tvar.
- Vyjádřete tuto posloupnost jako invertibilní proces. (3 body)
- Najděte předpovědi prvků X_{n+1} a X_{n+2} , znáte-li celou historii posloupnosti $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$ do času n včetně. (2 body)
- Určete chyby predikce prvků X_{n+1} a X_{n+2} . (2 body)

2. Náhodná posloupnost $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$ je dána předpisem

$$X_t + \frac{1}{3}X_{t-1} = Y_t, \quad t \in \mathbb{Z},$$

kde $\{Y_t, t \in \mathbb{Z}\}$ je bílý šum $WN(0, \sigma^2)$. Předpokládejme, že jsou známy hodnoty X_1, X_2, X_3 a X_4 . Určete předpovědi prvků X_{k+4} pro $k \in \mathbb{N}$. (3 body)