Pravděpodobnostní a statistické problémy
NMSA160

Zbyněk Pawlas

pawlas@karlin.mff.cuni.cz

http://msekce.karlin.mff.cuni.cz/~pawlas/teaching.html

Zápočet a zkouška

Podmínky na zápočet:
přiřazení na rozvrhový lístek v SISu (jedna ze tří skupin)
aktivní účast na cvičení (nejvýše 3 absence)

Informace ke zkoušce: písemka, 4 příklady, 60 minut

Hodnocení:
1 ... 4 příklady
2 ... 3 příklady
3 ... 2 příklady
4 ... 0 nebo 1 příklad

Předtermín 23. května, další termíny v červnu (data budou oznámeny v průběhu semestru).

Náhodný charakter jevů

„Na tomto světě není nic jistého mimo smrt a placení daní.“

Benjamin Franklin

Pravděpodobnost a statistika

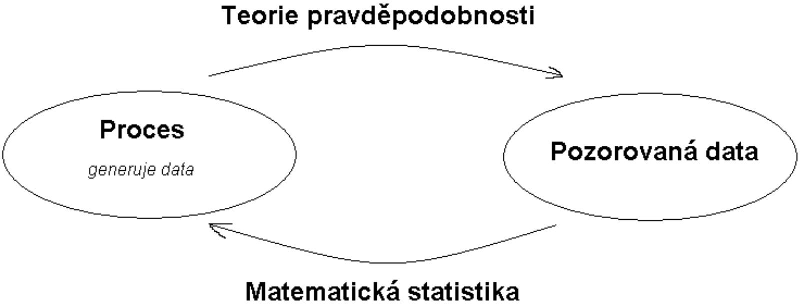
Teorie pravděpodobnosti

- popisuje zákonitosti týkající se jevů, jejichž výsledek není předem jistý
- zkoumá stochastické mechanismy vedoucí ke statistickým datům
- základ pro modelování náhodných dějů a procesů
- určování předpovědí

Matematická statistika

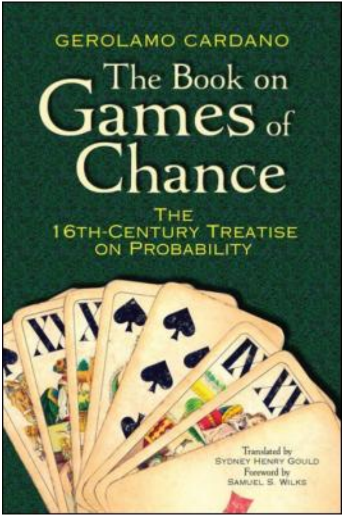
- teoretický rozbor obdržených empirických dat
- návrh metod pro učinění závěrů o datech, interpretace výsledků
- odhad neznámých parametrů pravděpodobnostních modelů
- umožňuje porovnat hypotézu s realizovaným experimentem

Pravděpodobnost a statistika



Starověké kostky

Gerolamo Cardano (1501–1576)



Úloha – 2 hody mincí

Jaká je pravděpodobnost, že ve dvou hodech mincí padne aspoň jednou líc?

Galileo Galilei (1564–1643)

Úloha – 3 kostky

Jaká je pravděpodobnost, že při hodu třemi kostkami hodíme součet 9?

Jaká je pravděpodobnost, že při hodu třemi kostkami hodíme součet 10?

součet 9	součet 10
6+2+1	6+3+1
5+3+1	6+2+2
5+2+2	5+4+1
4+4+1	5+3+2
4+3+2	4+4+2
3+3+3	4+3+3

Úloha – 3 kostky

Jaká je pravděpodobnost, že při hodu třemi kostkami hodíme součet 9?

Jaká je pravděpodobnost, že při hodu třemi kostkami hodíme součet 10?

součet 9	součet 10
6+2+1	6+3+1
5+3+1	6+2+2
5+2+2	5+4+1
4+4+1	5+3+2
4+3+2	4+4+2
3+3+3	4+3+3

Pierre de Fermat (1601–1665)

Blaise Pascal (1623–1662)

Úloha – problém Chevaliera de Méré

Jaká je pravděpodobnost, že při čtyřech po sobě následujících hodech šestistěnnou kostkou padne aspoň jednou šestka?

Jaká je pravděpodobnost, že ve 24 hodech dvěma kostkami padnou aspoň jednou dvě šestky?

Na kterou z obou událostí je výhodnější si vsadit?

Úloha o rozdělení sázky

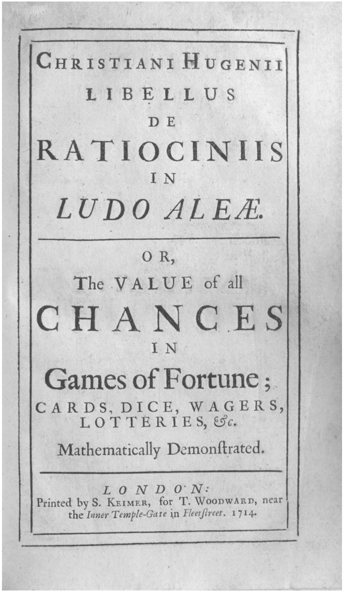
Uvažujme dva stejně dobré hráče, kteří hrají sérii her, ve kterých není remíza.

Oba vsadili stejnou částku a dohodli se, že kdo první vyhraje 6 her, získá celou vsazenou sumu peněz.

V době, kdy první hráč vyhrál 5 her a druhý 3 hry, museli svůj souboj přerušit.

Jak si mají sázku spravedlivě rozdělit?

Christiaan Huygens (1625–1695)

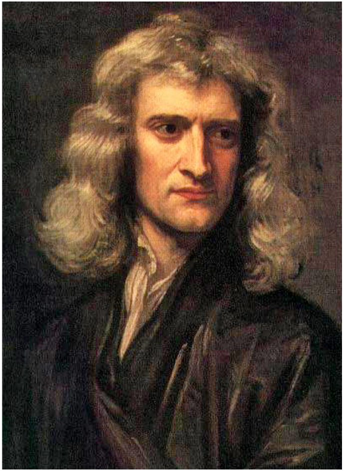


CHRISTIANI HUGENII
LIBELLUS
DE
RATIOCINIIS
IN
LUDO ALEÆ.

OR,
The VALUE of all
CHANCES
IN
Games of Fortune;
CARDS, DICE, WAGERS,
LOTTERIES, &c.
Mathematically Demonſtrated.

LONDON:
Printed by S. KEIMER, for T. WOODWARD, near
the *Inner Temple-Gate* in *Fleetſtreet*. 1714.

Isaac Newton (1642–1727) a Samuel Pepys (1633–1703)



Newtonův-Pepysův problém

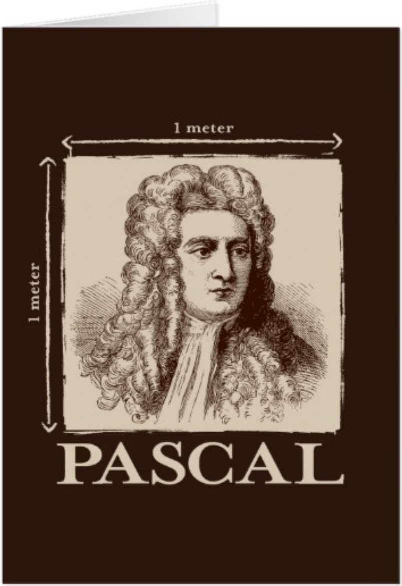
Který z následujících jevů má největší pravděpodobnost:

a) při hodu 6 kostkami padne aspoň jedna šestka,

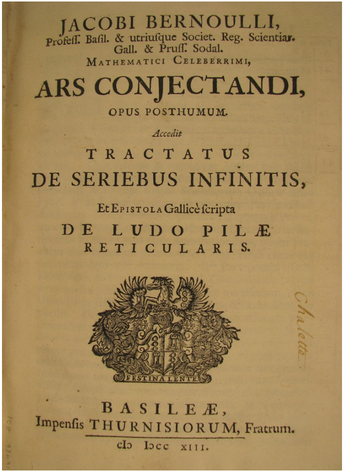
b) při hodu 12 kostkami padnou aspoň dvě šestky,

c) při hodu 18 kostkami padnou aspoň tři šestky?

Fyzikální vtip



Jacob Bernoulli (1655–1705)



JACOBI BERNOULLI,
Profess. Basil. & utriusque Societ. Reg. Scientiar.
Gall. & Pruss. Sodal.
MATHEMATICI CELEBERRIMI,

ARS CONJECTANDI,

OPUS POSTHUMUM.

Accedit

TRACTATUS
DE SERIEBUS INFINITIS,

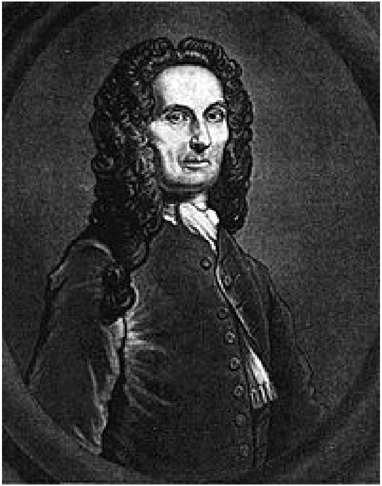
Et EPISTOLA Gallicè scripta

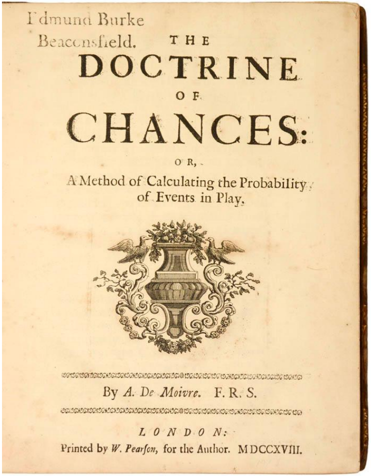
DE LUDO PILÆ
RETICULARIS.

FESTINA LENTE

BASILEÆ,
Impensis THURNISIORUM, Fratrum.
cIↄ Iↄcc XIII.

Abraham de Moivre (1667–1754)





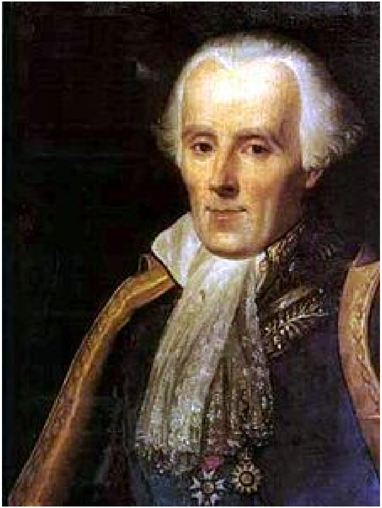
Edmund Burke
Beaconsfield.

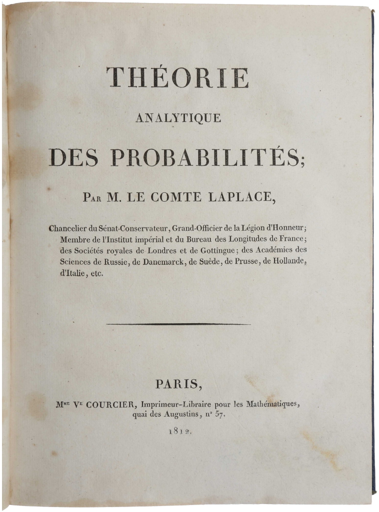
THE
DOCTRINE
OF
CHANCES:
OR,
A Method of Calculating the Probability of Events in Play.

By *A. De Moivre.* F. R. S.

LONDON:
Printed by *W. Pearson*, for the Author. MDCCXVIII.

Pierre-Simon Laplace (1749–1827)





THÉORIE

ANALYTIQUE

DES PROBABILITÉS;

PAR M. LE COMTE LAPLACE,

Chancelier du Sénat-Conservateur, Grand-Officier de la Légion d'Honneur; Membre de l'Institut impérial et du Bureau des Longitudes de France; des Sociétés royales de Londres et de Gottingue; des Académies des Sciences de Russie, de Danemarck, de Suède, de Prusse, de Hollande, d'Italie, etc.

PARIS,

Mme Ve COURCIER, Imprimeur-Libraire pour les Mathématiques, quai des Augustins, n° 57.

1812.

Klasická (Laplaceova) definice pravděpodobnosti

- konečný počet možných výsledků náhodného pokusu
- všechny výsledky stejně možné
- všechny výsledky se navzájem vylučují

$$P(A) = \frac{\text{počet výsledků příznivých jevu } A}{\text{počet všech výsledků}}$$

Andrej Nikolajevič Kolmogorov (1903–1987)

Kolmogorovova definice pravděpodobnosti

axiomatický přístup (1933)

- $P(A) \geq 0$
- $P(\Omega) = 1$
- $P(\cup_i A_i) = \sum_i P(A_i)$ pro $\{A_i\}$ po dvou disjunktní